

MENGHITUNG BANYAKNYA BILANGAN PRIMA YANG LEBIH KECIL DARI ATAU SAMA DENGAN SUATU BILANGAN BULAT n

Polorida^{1*}, Asli Sirait², Musraini M.²

¹ Mahasiswa Program Studi S1 Matematika

² Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya, Pekanbaru 28293

*gultompolorida@yahoo.co.id

ABSTRACT

This article studies the explicit formula for a function to enumerate the number of primes less than or equal to n called Prime Counting Function, where n is natural number. Prime Counting Function is denoted by $\pi(n)$. Explicit formula of $\pi(n)$ is constructed by arithmetic function $\varphi(n)$ and $\delta(n)$ with the help of notation of sum and the floor function.

Keywords: *Prime number, prime counting function, arithmetic function*

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang fungsi eksplisit untuk fungsi menghitung banyaknya bilangan prima yang lebih kecil atau sama dengan n yang disebut sebagai Fungsi Penghitung Prima, dengan n adalah bilangan bulat positif. Fungsi Penghitung Prima dinotasikan dengan $\pi(n)$. Rumus eksplisit dari $\pi(n)$ dikonstruksi dari fungsi aritmatika $\varphi(n)$ dan $\delta(n)$ dengan menggunakan notasi penjumlahan dan fungsi *floor*.

Kata kunci: *Bilangan prima, fungsi penghitung prima, fungsi aritmatika*

1. PENDAHULUAN

Selama dua ribu tahun lebih Teori Bilangan telah menarik perhatian dan menginspirasi baik bagi para amatir maupun matematikawan. Matematikawan terkenal Carl Friedrich Gauss (1777-1855) mengatakan, "Matematika adalah ratu dari ilmu pengetahuan dan aritmatika adalah ratu dari matematika" [6]. Gauss menggunakan kata "aritmatika" untuk menyatakan teori bilangan. Teori bilangan adalah salah satu cabang dalam bidang ilmu matematika murni yang membahas mengenai sifat-sifat bilangan secara lebih luas. Salah satunya adalah membahas tentang bilangan prima. Dalam artikel ini yang dibahas mengenai fungsi eksplisit untuk menghitung banyaknya bilangan prima.



Banyaknya bilangan prima yang lebih kecil dari bilangan bulat n dapat ditentukan dengan menggunakan suatu fungsi yang disebut Fungsi Penghitung Prima. Fungsi Penghitung Prima dari n dinotasikan dengan $\pi(n)$ dengan n adalah bilangan bulat positif. Fungsi Penghitung Prima memiliki banyak rumus eksplisit diantaranya Minac Formulae [6], Willan's Formulae [6], serta rumus eksplisit yang lainnya diperkenalkan oleh M. Vassilev Missana dalam [8], dan beberapa tipe untuk rumus eksplisit dari $\pi(n)$ yang diperkenalkan oleh K. Atanassov dalam [2].

Artikel ini membahas tentang menghitung banyaknya bilangan prima yang lebih kecil dari atau sama dengan n dengan menggunakan rumus eksplisit dari $\pi(n)$ dan merupakan tinjauan (*review*) dari artikel Missana [7] dan artikel Atanassov [2]. Rumus eksplisit yang akan dibahas merupakan rumus eksplisit dari Fungsi Penghitung Prima yang dikonstruksi oleh fungsi aritmatika yaitu Fungsi *Euler's Totient* dan Fungsi δ dengan menggunakan notasi penjumlahan dan fungsi *floor*.

2. FUNGSI *EULER'S TOTIENT*

Fungsi *Eulers Totient* adalah fungsi aritmatika yang menyatakan banyaknya bilangan bulat positif yang lebih kecil dari n dan relatif prima terhadap n , dan dinotasikan dengan $\varphi(n)$, dengan n adalah bilangan bulat positif.

Jika n adalah bilangan prima, maka setiap bilangan bulat positif yang lebih kecil dari n adalah relatif prima terhadap n , sehingga untuk bilangan prima n berlaku

$$\varphi(n) = n - 1.$$

Teorema 1 [5: h.356] Untuk p bilangan prima dan k bilangan bulat positif, maka berlaku

$$\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1}. \quad (1)$$

Bukti: Bukti dapat dilihat pada [5: h. 356]. □

Teorema 2 [5: h.361] Misalkan $n = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k}$ adalah faktorisasi prima dari n , maka

$$\varphi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right). \quad (2)$$

Bukti: Bukti dapat dilihat pada [5: h. 361]. □

3. FUNGSI δ

Fungsi δ adalah fungsi aritmatika yang menyatakan turunan dari bilangan bulat positif. Turunan dari bilangan bulat positif n dinotasikan dengan $\delta(n)$. Fungsi $\delta(n)$ didefinisikan sebagai berikut

Definisi 3 [1: h.178] Misalkan diberikan $n = \prod_{i=1}^k p_i^{\alpha_i}$, dengan $k \geq 1$, dan $\alpha_i \geq 1$ untuk $i = 1, 2, 3, \dots, k$ adalah bilangan bulat positif, dan p_1, p_2, \dots, p_k adalah bilangan prima yang berbeda, maka untuk setiap bilangan bulat positif n , berlaku:

$$\delta(n) = \sum_{i=1}^k \alpha_i \frac{n}{p_i},$$

atau

$$\delta(n) = n \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{p_i}.$$

Akibat 4 [1: h. 178] Misalkan $n = \prod_{i=1}^k p_i^{\alpha_i}$ adalah bilangan bulat positif. Jika n merupakan bilangan prima maka $\delta(n) = 1$ dan jika n merupakan bilangan komposit maka $\delta(n) > 1$.

Bukti: Misalkan $n = \prod_{i=1}^k p_i^{\alpha_i}$ adalah bilangan bulat positif. Untuk n merupakan bilangan prima maka $n = p$, dengan $i = 1$ dan $\alpha_i = 1$, berdasarkan Definisi 3 diperoleh

$$\delta(n) = n \left(\frac{1}{p} \right).$$

Karena $n = p$, diperoleh

$$\delta(n) = 1.$$

Selanjutnya akan dibuktikan untuk n merupakan bilangan komposit.

Misalkan n merupakan bilangan komposit, maka $n = \prod_{i=1}^k p_i^{\alpha_i} = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$ dan $i = 1, 2, \dots, k$ dengan p_1, p_2, \dots, p_k adalah bilangan prima berbeda, berdasarkan Definisi 3 diperoleh

$$\begin{aligned} \delta(n) &= n \sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{p_i} \\ \delta(n) &= n \left(\frac{\alpha_1}{p_1} + \frac{\alpha_2}{p_2} + \cdots + \frac{\alpha_k}{p_k} \right) \\ \delta(n) &= n \left(\frac{\alpha_1(p_2 p_3 \cdots p_k) + \alpha_2(p_1 p_3 \cdots p_k) + \cdots + \alpha_k(p_1 p_2 \cdots p_{k-1})}{p_1 p_2 \cdots p_k} \right), \end{aligned}$$

karena $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \cdots p_k^{\alpha_k}$, $\alpha_i \geq 1$ dan $p_i > 1$ untuk $i = 1, 2, \dots, k$, diperoleh

$$\delta(n) > 1.$$

□

4. FUNGSI EKSPLISIT PENGHITUNG PRIMA

Fungsi Penghitung Prima adalah fungsi aritmatika yang menyatakan banyaknya bilangan prima yang lebih kecil atau sama dengan n , dengan n adalah bilangan bulat positif. Fungsi Penghitung prima didefinisikan sebagai berikut:

$$\pi(n) = \sum_{p \leq n} 1, \quad (3)$$

dengan p adalah bilangan prima.

Pada artikel ini dibahas tentang dua fungsi eksplisit penghitung prima. Sebelum membahas kedua fungsi eksplisit penghitung prima tersebut, terlebih dahulu diberikan dua hasil berikut ini :

Lema 5 [8: h. 248] Misalkan $k > 1$ adalah bilangan komposit, maka berlaku

$$\varphi(k) \leq k - \sqrt{k}, \quad (4)$$

dan $\varphi(k) = k - \sqrt{k}$ hanya mungkin terjadi ketika $k = p^2$, dengan p adalah bilangan prima.

Bukti: Bukti dapat dilihat pada [8: h. 248]. □

Akibat 6 [7: h. 46] Misalkan $k > 1$ adalah bilangan komposit, maka

$$\frac{\varphi(k)}{k-1} \leq \frac{k - \sqrt{k}}{k-1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{k} + 1}. \quad (5)$$

Bukti: Bukti dapat dilihat pada [7: h. 46]. □

Teorema 7 [7: h. 47] Misalkan f fungsi aritmatika dengan nilai positif kuat dan misalkan terdapat sebuah bilangan komposit $k > 1$, sedemikian sehingga

$$\sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} + \sum_{i=k}^{\infty} e^{-\frac{f(i)}{\sqrt{i+1}}} < 1 \quad (6)$$

terpenuhi (dimana simbol \sum^* digunakan sebagai penjumlahan dari seluruh bilangan komposit i , yang memenuhi: $4 \leq i \leq k-1$), maka untuk setiap bilangan bulat $n \geq 2$ berlaku

$$\pi(n) = \left[\sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} \right]. \quad (7)$$

Bukti: Misalkan bilangan bulat $n \geq 2$, diperoleh

$$\sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} = \sum_1 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} + \sum_2 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)}, \quad (8)$$

dengan simbol \sum_1 digunakan untuk menyatakan penjumlahan dari seluruh bilangan prima i , yang memenuhi pertidaksamaan $2 \leq i \leq n$ dan simbol \sum_2 digunakan untuk menyatakan penjumlahan dari seluruh bilangan komposit i yang memenuhi pertidaksamaan $2 \leq i \leq n$.

Karena $\varphi(i) = i - 1$ untuk bilangan prima i , dan berdasarkan persamaan (3) diperoleh

$$\begin{aligned}\sum_1 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} &= \sum_1 \left(\frac{i-1}{i-1}\right)^{f(i)} = \sum_1 1 \\ \sum_1 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} &= \pi(n).\end{aligned}\tag{9}$$

Misalkan $n \leq 3$, maka

$$\sum_2 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} = 0.\tag{10}$$

Kemudian dengan mensubstitusikan persamaan (9) dan persamaan (10) ke persamaan (8) diperoleh

$$\sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} = \pi(n).\tag{11}$$

Misalkan k adalah bilangan komposit terkecil yang memenuhi pertidaksamaan (6), dan untuk $k = 4$, pertidaksamaan (6) menjadi

$$\sum_{i=k}^{\infty} e^{-\frac{f(i)}{\sqrt{i}}+1} < 1.$$

Misalkan $n \geq 4$, jika $n \leq k$ maka persamaan (6) mengakibatkan

$$\sum_2 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} < 1.\tag{12}$$

Misalkan $n \geq k$, diperoleh

$$\sum_2 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} = \sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} + \sum_2' \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)},\tag{13}$$

simbol \sum_2' digunakan untuk menyatakan penjumlahan seluruh bilangan komposit i , sedemikian sehingga $k \leq i \leq n$. Misalkan $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ adalah barisan yang didefinisikan oleh

$$a_i = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{i+1}}\right)^{\sqrt{i+1}}.$$

Berdasarkan Akibat 6 diperoleh

$$\sum_2' \left(\frac{\varphi(i)}{i-1}\right)^{f(i)} \leq \sum_2' a_i^{\frac{f(i)}{\sqrt{i+1}}} < \sum_{i=k}^{\infty} a_i^{\frac{f(i)}{\sqrt{i+1}}}.\tag{14}$$

Barisan $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ adalah barisan monoton naik kuat dan

$$\lim_{i \rightarrow \infty} a_i = e^{-1}. \quad (15)$$

Dari hasil pada persamaan (15) maka pertidaksamaan (14) menjadi

$$\sum_2' \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} < \sum_{i=k}^{\infty} e^{-\frac{f(i)}{\sqrt{i+1}}}. \quad (16)$$

Berdasarkan pertidaksamaan (16), maka persamaan (13) menjadi

$$\sum_2 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} < \sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} + \sum_{i=k}^{\infty} e^{-\frac{f(i)}{\sqrt{i+1}}}, \quad (17)$$

dan berdasarkan pertidaksamaan (6) dan pertidaksamaan (17) menyebabkan

$$\sum_2 \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} < 1. \quad (18)$$

Dari persamaan (9) dan persamaan (18), persamaan (8) menjadi

$$\sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} < \pi(n) + 1 \quad (19)$$

dan

$$\pi(n) \leq \sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)}, \quad (20)$$

sehingga dari pertidaksamaan (19) dan pertidaksamaan (20) diperoleh

$$\pi(n) \leq \sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} < \pi(n) + 1. \quad (21)$$

Karena $\pi(n)$ adalah bilangan bulat positif, diperoleh

$$\pi(n) = \left\lfloor \sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{f(i)} \right\rfloor.$$

Dengan demikian teorema terbukti. \square

Teorema berikut ini merupakan akibat dari Teorema 7. Teorema ini menyatakan fungsi eksplisit penghitung prima .

Teorema 8 [7: h. 48] Misalkan $n \geq 2$ adalah bilangan bulat, maka berlaku

$$\pi(n) = \left\lfloor \sum_{i=2}^n \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} \right\rfloor. \quad (22)$$

Bukti: Misalkan $n \geq 2$ adalah bilangan bulat. Misalkan $f(i) = i - 1$, dimana $i = 2, 3, 4, \dots$ dan misal pilih $k = 20$, dari pertidaksamaan (6) diperoleh

$$\sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} + \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\frac{i-1}{\sqrt{i+1}}}. \quad (23)$$

Akan diverifikasi bahwa untuk $k = 20$ pertidaksamaan (23) terpenuhi.

$$\begin{aligned} \sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} &= \frac{(\varphi(4))^3}{3^3} + \frac{(\varphi(6))^5}{5^5} + \frac{(\varphi(8))^7}{7^7} + \frac{(\varphi(9))^8}{8^8} + \frac{(\varphi(10))^9}{9^9} \\ &\quad + \frac{(\varphi(12))^{11}}{11^{11}} + \frac{(\varphi(14))^{13}}{13^{13}} + \frac{(\varphi(15))^{14}}{14^{14}} + \frac{(\varphi(16))^{15}}{15^{15}} + \frac{(\varphi(18))^{17}}{17^{17}} \\ \sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{k-1} \right)^{i-1} &= 0,427754\dots < 0,43. \end{aligned} \quad (24)$$

Untuk $i = 20, 21, 22, \dots$, dengan $\frac{i-1}{\sqrt{i+1}} = \sqrt{i} - 1$, diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\frac{i-1}{\sqrt{i+1}}} &= \sum_{i=20}^{\infty} e^{-(\sqrt{i}-1)} = e \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\sqrt{i}} \\ \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\frac{i-1}{\sqrt{i+1}}} &< \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\sqrt{i}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Misalkan, $g(i) = e^{-\sqrt{i}}$, dimana fungsi $g(i)$ merupakan fungsi monoton turun kuat dalam interval $[19, +\infty)$, diperoleh

$$\sum_{i=20}^{\infty} g(i) < \int_{19}^{+\infty} g(i) di,$$

sehingga

$$\sum_{i=20}^{\infty} e^{-\sqrt{i}} < \int_{19}^{+\infty} e^{-\sqrt{i}} di. \quad (26)$$

Dengan menyelesaikan bentuk integral pada pertidaksamaan (26) dengan menggunakan integral parsial diperoleh

$$\int_{19}^{+\infty} e^{-\sqrt{i}} di = 2 \left(1 + \sqrt{19} \right) e^{-\sqrt{19}}. \quad (27)$$

Dari pertidaksamaan (26) dan persamaan (27) diperoleh:

$$\begin{aligned} \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\sqrt{i}} &< \int_{19}^{+\infty} e^{-\sqrt{i}} di = 2 \left(1 + \sqrt{19} \right) e^{-\sqrt{19}} \\ \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\sqrt{i}} &< \int_{19}^{+\infty} e^{-\sqrt{i}} di = 0,37269\dots < 0,38, \end{aligned}$$

sehingga

$$\sum_{i=20}^{\infty} e^{-\sqrt{i}} < 0,38. \quad (28)$$

Berdasarkan pertidaksamaan (25) dan pertidaksamaan (28) diperoleh

$$\sum_{i=20}^{\infty} e^{-\frac{i-1}{\sqrt{i+1}}} < 0,38. \quad (29)$$

Kemudian dari hasil pada pertidaksamaan (24) dan pertidaksamaan (29) menghasilkan

$$\begin{aligned} \sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} + \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\frac{i-1}{\sqrt{i+1}}} &< 0,43 + 0,38 = 0,81 < 1 \\ \sum^* \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} + \sum_{i=20}^{\infty} e^{-\frac{i-1}{\sqrt{i+1}}} &< 0,81 < 1. \end{aligned} \quad (30)$$

Pertidaksamaan (30) menyatakan bahwa syarat (6) terpenuhi untuk $f(i) = i - 1$ dengan $i = 2, 3, 4, \dots$. Berdasarkan Teorema 7, disimpulkan bahwa untuk setiap bilangan bulat $n \geq 2$ berlaku fungsi $\pi(n)$ pada persamaan (22). \square

Teorema 9 [2: h. 505] Misalkan $n \geq 2$ dengan n adalah bilangan bulat positif, maka untuk setiap bilangan n berlaku:

$$\pi(n) = \sum_{i=2}^n \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor. \quad (31)$$

Bukti: Misalkan $n \geq 2$ dengan n adalah bilangan bulat positif, diperoleh

$$\sum_{i=2}^n \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor = \sum_1 \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor + \sum_2 \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor.$$

Misalkan $i \leq n$ adalah bilangan bulat positif. Jika i adalah bilangan prima maka $\delta(i) = 1$,diperoleh

$$\left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor = 1. \quad (32)$$

Berdasarkan persamaan (3) dan persamaan (32) diperoleh

$$\sum_1 \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor = \pi(n). \quad (33)$$

Untuk i adalah bilangan komposit, maka $\delta(i) > 1$, sehingga diperoleh

$$\sum_2 \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor = 0. \quad (34)$$

Dari persamaan (33) dan persamaan (34) maka persamaan (31) terpenuhi. \square

Contoh 1 Untuk $\pi(20)$ dengan menggunakan fungsi eksplisit pada Teorema 8 diperoleh

$$\begin{aligned}
 \pi(20) &= \left\lfloor \sum_{i=2}^{10} \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} \right\rfloor \\
 \pi(20) &= \left\lfloor \sum_{i=2}^{10} \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} \right\rfloor + \left\lfloor \sum_{i=11}^{20} \left(\frac{\varphi(i)}{i-1} \right)^{i-1} \right\rfloor \\
 &= \left\lfloor 4, 42722 \dots + \left(\frac{\varphi(11)}{11-1} \right)^{11-1} + \left(\frac{\varphi(12)}{12-1} \right)^{12-1} + \left(\frac{\varphi(13)}{13-1} \right)^{13-1} \right. \\
 &\quad \left. + \dots + \left(\frac{\varphi(20)}{20-1} \right)^{20-1} \right\rfloor \\
 &= \left\lfloor 4, 42722 \dots + \left(\frac{10}{10} \right)^{10} + \left(\frac{4}{11} \right)^{11} + \left(\frac{12}{12} \right)^{12} + \dots + \left(\frac{8}{19} \right)^{19} \right\rfloor \\
 &= \lfloor 8, 51955 \dots \rfloor \\
 \pi(20) &= 8.
 \end{aligned}$$

Untuk $\pi(20)$ dengan menggunakan fungsi eksplisit pada Teorema 9 diperoleh

$$\begin{aligned}
 \pi(20) &= \sum_{i=2}^{20} \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor \\
 &= \sum_{i=2}^{10} \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor + \sum_{i=11}^{20} \left\lfloor \frac{1}{\delta(i)} \right\rfloor \\
 &= 4 + \left\lfloor \frac{1}{\delta(11)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(12)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(13)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(14)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(15)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(16)} \right\rfloor \\
 &\quad + \left\lfloor \frac{1}{\delta(17)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(18)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(19)} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{\delta(20)} \right\rfloor \\
 &= 4 + \left\lfloor \frac{1}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{16} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{9} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{8} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{32} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{21} \right\rfloor \\
 &\quad + \left\lfloor \frac{1}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{24} \right\rfloor \\
 \pi(20) &= 4 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 = 8.
 \end{aligned}$$

5. KESIMPULAN

Fungsi eksplisit $\pi(n)$ dapat dikonstruksikan oleh fungsi aritmatika yaitu Fungsi Euler's Totient dan Fungsi δ dengan menggunakan notasi penjumlahan dan fungsi floor dengan n adalah bilangan bulat positif. Untuk $i > 1$ dan $n \geq 2$ dengan i dan n adalah bilangan bulat positif, jika i merupakan bilangan prima maka hasil penjumlahan diruas kanan untuk kedua fungsi eksplisit menghasilkan banyaknya bilangan



prima yang lebih kecil atau sama dengan n , hal ini dikarenakan untuk i adalah bilangan prima mengakibatkan ruas kanan kedua fungsi eksplisit dinyatakan dalam bentuk $\sum_{i=2}^n 1$ dan jika i merupakan bilangan komposit maka hasil penjumlahannya sama dengan 0, hal ini dikarenakan penggunaan fungsi *floor* pada fungsi eksplisit Penghitung Prima.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Atanassov, K. 2004. On an Arithmetic Function. *Advanced Studies in Contemporary Mathematics*, **8**(2): 177-182.
- [2] Atanassov, K. 2013. A Formula for the n -th Prime Number. *Comptes Rendus de l'Academie Bulgare des Sciences*, Tome **66**(4): 503-506.
- [3] Bartle, R. G. & D. R. Sherbert. 2000. *Introduction to Real Analysis* (3rd edition). Jhon Wiley & Sons. New York.
- [4] Clark, W. E. 2003. *Elementary Number Theory*. Lecture Note. University of South Florida.
- [5] Hardy, G. H. & E. M. Wright. 1979. *An Introduction to the Theory of Numbers* (5th Edition). Clarendon Press. Oxford, England.
- [6] Koshy, T. 2007. *Elementary Number Theory with Application, second edition*. Elsevier Academic Press. California, USA.
- [7] Missana, M. V. 2013. New Explicit Formulae for Prime Counting Function. *Notes on Number Theory and Discrete Mathematics*, **19**(1): 44-49.
- [8] Ribenboim, P. 1996. *The New Book of Prime Number Records* (3rd edition). Springer-Verlag. New York.
- [9] Sierpinski, W. 1988. *Elementary Number Theory* (2nd edition). PWN Polish Scientific Publishers. North Holland, Amsterdam.

