CADANGAN ASURANSI JIWA *CONTINGENT* BERDASARKAN DISTRIBUSI GOMPERTZ

Miftakhur Rohmah[1*], Hasriati[2], Harison[2]

[1]Mahasiswa Program S1 Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Univeritas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

[*]miftakhurrohmah_math@yahoo.com

ABSTRACT

This article discusses the reserve life insurance contingent based on the Gompertz distribution at the age of x and y. Contingent life insurance is an insurance whose payments based on the sequence of the deceased insured. Life insurance also uses the compound contingent function, that is a function affected by the order of probability of delay of death. Calculation of the reserve contingent life insurance is only for two cases, if x dies before y and if x dies after y. This calculation is obtained by prior determining a premium and annuity due based on the Gompertz distribution.

Keywords: *Gompertz distribution, term life insurance, compound contingent function, prospective reserve*

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz yang berusia x dan y. Asuransi jiwa *contingent* merupakan suatu asuransi dimana pembayaran uang pertanggungannya berdasarkan urutan yang meninggal. Asuransi jiwa *contingent* juga menggunakan *compound contingent function,* yaitu suatu fungsi yang dipengaruhi oleh urutan peluang meninggal tertunda. Perhitungan cadangan asuransi jiwa *contingent* ini hanya membahas dua kasus, yaitu kasus apabila x meninggal sebelum y dan kasus apabila x meninggal setelah y. Perhitungan ini diperoleh dengan terlebih dahulu menentukan premi dan anuitas hidup awal berjangka berdasarkan distribusi Gompertz.

Kata kunci: distribusi Gompertz, asuransi jiwa berjangka, *compound contingent function*, cadangan prospektif

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa merupakan suatu asuransi yang memberikan pembayaran sejumlah uang tertentu atas kematian tertanggung kepada ahli waris atau orang yang berhak menerimanya sesuai dengan ketentuan dalam polis asuransi, sejumlah uang yang dibayarkan kepada tertanggung tersebut berupa uang pertanggungan [1].

Berdasarkan jumlah tertanggungnya, asuransi jiwa terbagi atas asuransi jiwa perorangan dan asuransi jiwa gabungan. Pada asuransi jiwa perorangan jumlah tertanggung hanya satu orang atau tunggal, sementara pada asuransi jiwa gabungan perusahaan asuransi menanggung dua atau lebih tertanggung. Asuransi jiwa *contingent* merupakan suatu asuransi di mana pembayaran uang pertanggungannya berdasarkan urutan yang meninggal. Asuransi ini juga menggunakan *compound contingent function* yaitu suatu fungsi yang mana peluang meninggal tertundanya dinyatakan dalam urutan [5, h. 225].

Cadangan merupakan besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam jangka waktu pertanggungan [3, h. 123]. Dalam menentukan cadangan diperlukan premi dan anuitas hidup yang dipengaruhi oleh percepatan mortalita, peluang hidup dan peluang meninggal. Peluang hidup dinyatakan dalam bentuk distribusi Gompertz, yang diasumsikan dengan percepatan mortalita yang dinyatakan sebagai $\mu_x = Bc^x$ dengan B dan c merupakan konstanta Gompertz. Percepatan mortalita merupakan lajunya tingkat angka kematian pada usia tertentu.

Perhitungan cadangan asuransi jiwa *contingent* secara umum dibahas dengan menggunakan fungsi komutasi pada [4, h. 95]. Sedangkan dalam artikel ini penulis membahas cadangan asuransi jiwa *contingent* untuk dua kasus dari dua peserta asuransi yang berusia x dan y tahun, yaitu kasus apabila x meninggal sebelum y dan kasus apabila x meninggal setelah y berdasarkan distribusi Gompertz yang diambil dari [6: h.170].

2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP BERJANGKA DAN PREMI ASURANSI JIWA *CONTINGENT* BERDASARKAN DISTRIBUSI GOMPERTZ

Anuitas hidup merupakan serangkaian pembayaran yang dilakukan selama peserta asuransi masih hidup [2, h. 4]. Pada bagian ini dibahas anuitas hidup berjangka dan premi asuransi jiwa *contingent*. Namun, sebelumnya diberikan definisi mengenai distribusi Gompertz.

Definisi 1 [6, h. 170] $G(x|\mu,\sigma)$ dengan rata-rata μ dan deviasi standar σ dinyatakan sebagai

$$G(x \mid \mu,\sigma) = W\left(\frac{x-a}{b}\right),$$

dengan $W(x) = 1 - e^{-e^x}$ dan konstanta a dan b memenuhi

$$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}}b \qquad \text{dan} \qquad \mu = a - b\gamma. \tag{1}$$

$G(x \mid \mu,\sigma)$ dinamakan distribusi Gompertz karena

$$G(x \mid \mu,\sigma) = 1 - g^{c^x},$$

dengan

$$g = e^{-e^{-a/b}} \qquad \text{dan} \qquad c = e^{1/b}. \tag{2}$$

Dalam ilmu aktuaria, distribusi Gompertz dinyatakan sebagai hukum mortalita dengan percepatan mortalita untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dapat dinyatakan dalam [3, h. 54] sebagai

$$\mu_x = Bc^x, \; B > 0, \; c > 0, \; x \geq 0 .$$

Percepatan mortalita dari seseorang yang berusia $(x+s)$ tahun dinyatakan sebagai

$$\mu_{x+s} = Bc^{x+s}, \tag{3}$$

dengan B mewakili tingkat kematian secara umum dan c merupakan pertumbuhan spesifik tingkat kematian. Besarnya konstanta Gompertz dapat peroleh berdasarkan Definisi 1.

Hubungan antara peluang hidup dan percepatan mortalita adalah

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds} . \tag{4}$$

Substitusikan persamaan (3) ke persamaan (4), maka peluang orang yang berusia x tahun akan hidup hingga t tahun kemudian berdasarkan distribusi Gompertz dinyatakan sebagai berikut:

$${}_t p_x = g^{c^x (c^t - 1)} . \tag{5}$$

Peluang hidup gabungan untuk peserta asuransi yang berusia x dan y tahun akan bertahan hidup hingga t tahun berikutnya dinyatakan dalam [1, h. 264] sebagai berikut:

$${}_t p_{xy} = {}_t p_x \cdot {}_t p_y . \tag{6}$$

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (6), maka peluang orang yang berusia x dan y tahun akan hidup hingga t tahun kemudian berdasarkan distribusi Gompertz dinyatakan dengan

$${}_t p_{xy} = g^{\left(c^x + c^y\right)\left(c^t - 1\right)} . \tag{7}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dinyatakan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, {}_t p_x . \tag{8}$$

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (8), maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk peserta asuransi yang berusia x tahun berdasarkan distribusi Gompertz adalah

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x (c^t - 1)} . \tag{9}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk peserta asuransi yang berusia x dan y tahun dinyatakan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t \, {}_t p_{xy} . \tag{10}$$

Substitusikan persamaan (7) ke persamaan (10), maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk peserta asuransi yang berusia x dan y tahun berdasarkan distribusi Gompertz adalah

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{(c^x+c^y)(c^t-1)} , \tag{11}$$

dengan v menyatakan faktor diskon yang dinyatakan sebagai

$$v = \frac{1}{1+i} . \tag{12}$$

Premi asuransi jiwa dapat dibayarkan sekaligus yang disebut dengan premi tunggal, maupun secara berkala atau sering disebut juga premi tahunan. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk peserta asuransi yang berusia x tahun, dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dalam [3, h. 83] adalah

$$A^1_{x:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_{t|}q_x . \tag{13}$$

Dari persamaan (13), diperoleh hubungan nilai tunai anuitas hidup berjangka dengan premi tunggal asuransi jiwa berjangka status perorangan sebagai berikut:

$$A^1_{x:\overline{n|}} = 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n|}} - n^n {}_n p_x ,$$

dengan $d = 1 - v$, menyatakan tingkat diskon. Sehingga premi tunggal asuransi jiwa berjangka status perorangan berdasarkan distribusi Gompertz dapat dinyatakan dengan

$$A^1_{x:\overline{n|}} = 1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x\left(c^t-1\right)} - v^n g^{c^x\left(c^n-1\right)} . \tag{14}$$

Sedangkan premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk peserta asuransi yang berusia x dan y tahun dengan jangka waktu perlindungan selama n tahun dalam [4, h. 74] adalah

$$A^1_{xy:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_{t|}q_{xy} . \tag{15}$$

Dari persamaan (15), diperoleh hubungan nilai anuitas hidup berjangka dengan premi tunggal asuransi jiwa berjangka status gabungan berdasarkan distribusi Gompertz sebagai berikut:

$$A^1_{xy:\overline{n|}} = 1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{\left(c^x+c^y\right)\left(c^t-1\right)} - v^n g^{\left(c^x+c^y\right)\left(c^n-1\right)} . \tag{16}$$

Dalam asuransi jiwa dengan dua orang tertanggung atau lebih, tertanggung dapat meninggal terlebih dahulu atau meninggal terakhir dapat dinyatakan dalam urutan. Misalnya dalam suatu asuransi dibayarkan pada saat kematian x dengan syarat x meninggal sebelum y, fungsi ini bergantung pada urutan yang meninggal disebut dengan fungsi *contingent* [5].

Premi tunggal asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz untuk dua kasus dari dua peserta asuransi, dengan uang pertanggungan dibayarkan di akhir tahun polis dapat dinyatakan sebagai berikut:

a. Untuk kasus x meninggal sebelum y meninggal dalam n tahun adalah

$$A^1_{x\,y:\overline{n|}} = \sum_{n=0}^{n-1} v^{t+1} {}_{t|}q^1_{x\,y} , \tag{17}$$

dengan ${}_{t|}q_{xy}^{1} = \frac{c^x}{c^x + c^y}\, {}_{t|}q_{xy}$. Maka persamaan (17) dapat juga dinyatakan dengan

$$A_{xy:\overline{n|}}^{1} = \frac{c^x}{c^x + c^y} A_{xy:\overline{n|}}^{1}. \tag{18}$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, premi tunggal asuransi jiwa *contingent* untuk kasus pertama diperoleh

$$A_{xy:\overline{n|}}^{1} = \frac{c^x}{c^x + c^y}\left(1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{(c^x+c^y)(c^t-1)} - v^n g^{(c^x+c^y)(c^n-1)}\right). \tag{19}$$

b. Untuk kasus x meninggal setelah y meninggal dalam n tahun adalah

$$A_{xy:\overline{n|}}^{2} = \sum_{n=0}^{n-1} v^{t+1}\, {}_{t|}q_{xy}^{2}. \tag{20}$$

dengan ${}_{t|}q_{xy}^{2} = {}_{t|}q_x - \frac{c^x}{c^x + c^y}\, {}_{t|}q_{xy}$. Persamaan (20) dapat juga dinyatakan dengan

$$A_{xy:\overline{n|}}^{2} = A_{x:\overline{n|}}^{1} - \frac{c^x}{c^x + c^y} A_{xy:\overline{n|}}^{1}. \tag{21}$$

Berdasarkan distribusi Gompertz, premi tunggal asuransi jiwa *contingent* untuk kasus kedua diperoleh

$$A_{xy:\overline{n|}}^{2} = \left(1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n g^{c^x(c^n-1)}\right) - \frac{c^x}{c^x + c^y}\left(1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{(c^x+c^y)(c^t-1)} - v^n g^{(c^x+c^y)(c^n-1)}\right). \tag{22}$$

Premi tahunan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz untuk dua kasus dari dua peserta asuransi, dengan uang pertanggungan dibayarkan di akhir tahun polis dapat ditentukan dalam [4] sebagai berikut:

a. Untuk kasus x meninggal sebelum y meninggal adalah

$$P_{xy:\overline{n|}}^{1} = \frac{A_{xy:\overline{n|}}^{1}}{\ddot{a}_{xy:\overline{n|}}}. \tag{23}$$

Substitusikan persamaan (11) dan (19) ke persamaan (23), diperoleh premi tahunan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz sebagai berikut:

$$P_{xy:\overline{n|}}^{1} = \frac{\frac{c^x}{c^x + c^y}\left(1 - v^n g^{c^x(c^n-1)}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{(c^x+c^y)(c^t-1)}} - d\frac{c^x}{c^x + c^y}. \tag{24}$$

b. Untuk kasus x meninggal setelah y meninggal adalah

$$P_{xy:\overline{n|}}^{2} = \frac{A_{xy:\overline{n|}}^{2}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}}. \tag{25}$$

Substitusikan persamaan (9) dan (22) ke persamaan (25), diperoleh premi tahunan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz sebagai berikut:

$$P_{x\,y:\overline{n}|}^{2}=\left(\frac{\left(1-v^{n}g^{c^{x}\left(c^{n}-1\right)}\right)-\dfrac{c^{x}}{c^{x}+c^{y}}\left(1-d\sum_{t=0}^{n-1}v^{t}g^{\left(c^{x}+c^{y}\right)\left(c^{t}-1\right)}-v^{n}g^{\left(c^{x}+c^{y}\right)\left(c^{n}-1\right)}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1}v^{t}g^{c^{x}\left(c^{t}-1\right)}}-d\right). \qquad (26)$$

3. CADANGAN ASURANSI JIWA *CONTINGENT* BERDASARKAN DISTRIBUSI GOMPERTZ

Cadangan prospektif adalah perhitungan cadangan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran diwaktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan di waktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis. Cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz adalah cadangan yang dihitung dari peserta asuransi yang berusia x dan y tahun dengan jangka waktu pelindungan selama n tahun dengan uang pertanggungannya akan dibayarkan jika seorang tertanggung tersebut meninggal dunia berdasarkan urutan yang meninggal, uang pertanggungan tersebut akan dibayarkan diakhir tahun polis.

Misalkan j menyatakan waktu cadangan, maka cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz untuk dua kasus dari dua peserta asuransi, dengan uang pertanggungan dibayarkan di akhir tahun polis dapat ditentukan dalam [4] sebagai berikut:

a. Kasus x akan meninggal sebelum y meninggal dunia dalam n tahun, maka cadangan asuransi jiwa *contingent* adalah

$$_{j}V_{x\,y:\overline{n}|}^{1}=A_{x+j,y+j:\overline{n-j}|}^{1}-P_{x\,y:\overline{n}|}^{1}\ddot{a}_{x+j,y+j:\overline{n-j}|}. \qquad (27)$$

Cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz untuk kasus x akan meninggal sebelum y meninggal adalah

$$_{j}V_{x\,y:\overline{n}|}^{1}=\frac{c^{x}}{c^{x}+c^{y}}\left(1-v^{n-j}g^{\left(c^{x+j}+c^{y+j}\right)\left(c^{n-j}-1\right)}\right)-\left(\frac{\dfrac{c^{x}}{c^{x}+c^{y}}\left(1-v^{n}g^{\left(c^{x}+c^{y}\right)\left(c^{n}-1\right)}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1}v^{t}g^{\left(c^{x}+c^{y}\right)\left(c^{t}-1\right)}}\right)\sum_{t=0}^{n-j-1}v^{t}g^{\left(c^{x+j}+c^{y+j}\right)\left(c^{t}-1\right)}. \qquad (28)$$

b. Kasus x akan meninggal setelah y meninggal dunia dalam n tahun, maka cadangan asuransi jiwa *contingent* adalah

$$_{j}V_{x\,y:\overline{n}|}^{2}=A_{x+j,y+j:\overline{n-j}|}^{2}-P_{x\,y:\overline{n}|}^{2}\ddot{a}_{x+j:\overline{n-j}|} \qquad (29)$$

Cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz untuk kasus x akan meninggal setelah y meninggal adalah

$$
{}_{j}V^{2}_{x\,y:\overline{n|}} = \left(1 - v^{n-j} g^{c^{x+j}\left(c^{n-j}-1\right)}\right) - \frac{c^x}{c^x + c^y}\left(1 - d\sum_{t=0}^{n-j-1} v^t g^{\left(c^{x+j}+c^{y+j}\right)\left(c^t-1\right)} - v^{n-j} g^{\left(c^{x+j}+c^{y+j}\right)\left(c^{n-j}-1\right)}\right)
$$

$$
-\left(\frac{\left(1 - v^n g^{c^x\left(c^n-1\right)}\right) - \frac{c^x}{c^x+c^y}\left(1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{\left(c^x+c^y\right)\left(c^t-1\right)} - v^n g^{\left(c^x+c^y\right)\left(c^n-1\right)}\right)}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x\left(c^t-1\right)}}\right)\sum_{t=0}^{n-j-1} v^t g^{c^{x+j}\left(c^t-1\right)}
$$

$$. \tag{30}$$

Contoh Pak Rudi seorang pegawai swasta yang berusia 45 tahun bersama istrinya yang berusia 42 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa *contingent*, dengan jangka waktu perlindungan selama 30 tahun dan uang pertanggungan sebesar Rp50.000.000,00 dengan tingkat bunga 2,5%, maka akan ditentukan cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz untuk kasus Pak Rudi meninggal dunia sebelum istrinya dan kasus Pak Rudi meninggal dunia setelah istrinya.

Dari kasus di atas diketahui $x = 45$, $y = 42$, $n = 30$, $i = 2{,}5\% = 0{,}025$, dan $R = \text{Rp}50.000.000{,}00$. Dengan menggunakan persamaan (12) diperoleh $v = 0{,}97561$, sehingga $d = 0{,}02439$. Berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia tahun 1999 Pria, diperoleh $g = 0{,}939016424$ dan $c = 1{,}044744938$. Sedangkan berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia tahun 1999 Wanita diperoleh $g = 0{,}939071997$ dan $c = 1{,}043432869$.

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk perorangan berdasarkan persamaan (14) diperoleh

$$
\begin{aligned}
A^{1}_{45:\overline{30|}} &= \text{Rp}50.000.000\left(1 - d\sum_{t=0}^{29} v^t g^{c^{45}\left(c^t-1\right)} - v^{30} g^{c^{45}\left(c^{30}-1\right)}\right) \\
&= \text{Rp}50.000.000\left(1 - (0{,}47674 \times 0{,}29344) - (0{,}02439 \times 15{,}21914)\right) \\
A^{1}_{45:\overline{30|}} &= 24.445.218{,}14.
\end{aligned}
$$

Sedangkan, premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk gabungan berdasarkan persamaan (16) diperoleh

$$
\begin{aligned}
A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} &= \text{Rp}50.000.000\left(1 - d\sum_{t=0}^{29} v^t g^{\left(c^{45}+c^{42}\right)\left(c^t-1\right)} - v^{30} g^{\left(c^{45}+c^{42}\right)\left(c^{30}-1\right)}\right) \\
&= \text{Rp}50.000.000\left(1 - (0{,}47674 \times 0{,}11153) - (0{,}02439 \times 12{,}27106)\right) \\
A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} &= \text{Rp}32.376.712{,}91.
\end{aligned}
$$

Kasus Pak Rudi meninggal dunia sebelum istrinya. Premi tunggal asuransi jiwa *contingent* untuk kasus Pak Rudi meninggal sebelum istrinya dengan menggunakan persamaan (18) diperoleh

$$
A^{1}_{45,42:\overline{30|}} = \frac{c^{45}}{c^{45} + c^{42}} A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}}
$$

$$A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = \frac{7{,}16906}{7{,}16906 + 5{,}96361}\left(\text{Rp}32.376.712{,}91\right)$$

$$A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = \text{Rp}17.674.285{,}81\,.$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (23), diperoleh premi tahunan asuransi jiwa *contingent* untuk Pak Rudi dan istrinya adalah

$$P^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = \frac{A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}}}{\ddot{a}_{45,42:\overline{30|}}}$$

$$= \frac{\text{Rp}17.674.285{,}81}{12{,}27106}$$

$$P^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = \text{Rp}1.440.323{,}08\,.$$

Cadangan pada awal tahun kontrak dimulai dengan $(j = 0)$, berdasarkan persamaan (27) diperoleh

$${}_0V^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = A^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} - P^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}}\,\ddot{a}_{45,42:\overline{30|}}$$

$$= \text{Rp}17.674.285{,}81 - \left(\text{Rp}1.440.323{,}08 \times 12{,}27106\right)$$

$${}_0V^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = 0\,.$$

Cadangan pada akhir tahun kontrak pertama $(j = 1)$ berdasarkan persamaan (27) diperoleh

$${}_1V^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = A^{\;\;1}_{46,43:\overline{29|}} - P^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}}\,\ddot{a}_{46,43:\overline{29|}}$$

$$= \text{Rp}17.775.250{,}82 - \left(\text{Rp}1.440.323{,}08 \times 11{,}98190\right)$$

$${}_1V^{\;\;1}_{45,42:\overline{30|}} = \text{Rp}517.438{,}84\,.$$

Untuk tahun-tahun berikutnya, dengan menggunakan Microsoft Excel diperoleh cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gomperz untuk kasus apabila x meninggal sebelum y seperti tampak pada Tabel 1.

Tabel 1: Cadangan asuransi jiwa *contingent* pada kasus x meninggal dunia sebelum y berdasarkan distribusi Gompertz.

Tahun	${}_jV^{\;1}_{xy:\overline{n|}}$ (Rp)	Tahun	${}_jV^{\;1}_{xy:\overline{n|}}$ (Rp)
0	0	15	6.245.321,19
1	517.438,84	16	6.475.532,89
2	1.025.242,89	17	6.665.107,41
3	1.522.644,79	18	6.808.325,49
4	2.008.804,01	19	6.898.349,31
5	2.482.794,02	20	6.926.962,22
6	2.943.586,98	21	6.884.240,51

Tahun	${}_{j}V^{\,1}_{x\,y:\overline{n}|}$ (Rp)	Tahun	${}_{j}V^{\,1}_{x\,y:\overline{n}|}$ (Rp)
7	3.390.035,31	22	6.758.137,75
8	3.820.849,60	23	6.533.955,50
9	4.234.571,90	24	6.223.307,85
10	4.629.543,52	25	5.715.041,98
11	5.003.865,92	26	5.070.528,00
12	5.355.353,19	27	4.225.776,70
13	5.681.473,98	28	3.137.730,11
14	5.979.280,51	29	1.752.095,28

Kasus Pak Rudi meninggal dunia setelah istrinya. Premi tunggal asuransi jiwa *contingent* untuk kasus Pak Rudi meninggal dunia setelah istrinya meninggal dunia dengan menggunakan persamaan (21) diperoleh

$$
\begin{aligned}
A^{2}_{45,42:\overline{30}|} &= A^{1}_{45:\overline{30}|} - \frac{c^{45}}{c^{45}+c^{42}} A^{\ \ 1}_{45,42:\overline{30}|} \\
&= \text{Rp}24.445.218{,}14 - \frac{7{,}16906}{7{,}16906 + 5{,}96361}\left(\text{Rp}32.376.721{,}91\right)
\end{aligned}
$$

$$A^{2}_{45,42:\overline{30}|} = \text{Rp}6.770.932{,}33\,.$$

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (25), premi tahunan asuransi jiwa *contingent* untuk Pak Rudi dan istrinya adalah

$$
\begin{aligned}
P^{2}_{45,42:\overline{30}|} &= \frac{A^{\ 2}_{45,42:\overline{30}|}}{\ddot{a}_{45,42:\overline{30}|}} \\
&= \frac{\text{Rp}6.770.932{,}33}{15{,}21914}
\end{aligned}
$$

$$P^{2}_{45,42:\overline{30}|} = \text{Rp}444.895{,}96\,.$$

Cadangan pada awal tahun kontrak dimulai $(j=0)$, berdasarkan persamaan (29) diperoleh

$$
\begin{aligned}
{}_{0}V^{\ 2}_{45,42:\overline{30}|} &= A^{2}_{45,42:\overline{30}|} - P^{\ 2}_{45,42:\overline{30}|}\,\ddot{a}_{45:\overline{30}|} \\
&= \text{Rp}6.770.932{,}33 - \left(\text{Rp}444.895{,}96 \times 15{,}21914\right)
\end{aligned}
$$

$${}_{0}V^{\ 2}_{45,42:\overline{30}|} = 0\,.$$

Cadangan pada akhir tahun kontrak pertama $(j=1)$, berdasarkan persamaan (29) diperoleh

$$
\begin{aligned}
{}_{1}V^{\ 2}_{45,42:\overline{30}|} &= A^{2}_{46,43:\overline{29}|} - P^{2}_{45,42:\overline{30}|}\,\ddot{a}_{46:\overline{29}|} \\
&= \text{Rp}6.772.515{,}41 - \left(\text{Rp}444.895{,}96 \times 14{,}87178\right)
\end{aligned}
$$

$${}_{1}V^{\ 2}_{45,42:\overline{30}|} = \text{Rp}156.120{,}41\,.$$

Untuk tahun-tahun berikutnya, dengan menggunakan Microsoft Excel diperoleh cadangan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gomperz untuk kasus apabila x meninggal setelah y seperti tampak pada Tabel 2.

Tabel 2: Cadangan asuransi jiwa *contingent* pada kasus x meninggal dunia setelah y berdasarkan distribusi Gompertz.

Tahun	${}_jV^{2}_{xy:\overline{n}|}$ (Rp)	Tahun	${}_jV^{2}_{xy:\overline{n}|}$ (Rp)
0	0	15	1.125.707,96
1	156.120,41	16	1.074.132,32
2	304.109,51	17	1.002.705,36
3	443.269,13	18	911.451,00
4	572.863,75	19	800.873,51
5	692.120,44	20	672.141,94
6	800.229,48	21	527.336,62
7	896.346,17	22	369.778,72
8	979.594,03	23	204.471,34
9	1.049.070,03	24	29.321,14
10	1.103.852,47	25	-117.218,30
11	1.143.012,50	26	-248.774,01
12	1.165.630,40	27	-335.910,04
13	1.170.818,17	28	-351.016,29
14	1.157.750,69	29	-256.271,71

4. KESIMPULAN

Premi tahunan asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz lebih besar dari pada premi tahunan asuransi jiwa *contingent* tanpa distribusi Gompertz. Sehingga asuransi jiwa *contingent* berdasarkan distribusi Gompertz ini akan lebih menguntungkan perusahaan asuransi. Premi tahunan untuk dua kasus dari dua peserta asuransi jiwa *contingent* yang berusia x dan y berdasarkan distribusi Gompertz, diperoleh premi tahunan pada kasus pertama lebih besar dari pada kasus kedua, hal ini dikarenakan pada kasus pertama dipengaruhi oleh nilai tunai anuitas hidup berjangka untuk usia x dan y sedangkan pada kasus kedua hanya dipengaruhi oleh nilai tunai anuitas hidup berjangka untuk usia x. Sedangkan cadangan asuransi jiwa *contingent* pada kasus pertama lebih besar dari cadangan asuransi jiwa *contingent* pada kasus kedua, hal ini dipengaruhi oleh premi dari masing-masing kasusnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bowers, N. L., Geerber, H. U., Hickman, J. C, Jones, D. A & Nesbitt, C. J. 1986. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Schaumhurg.

[2] Dickson, D. C. M., M. R. Hardy, & H. R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks.* Cambridge University Pres, Cambridge.

[3] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa*, *Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
[4] Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa*, *Bagian II*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Gekan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
[5] Jordan, C. W. 1991. *Society of Actuaries' Textbook on Life Contingen Second Edition*. The Society of Actuaries.
[6] Willemse, W. J. & Koppelaar, H. 2000. Knowledge Elicitation of Gompertz' Law of Mortality. *Scandinavian Actuarial Journal*, **2**: 168-179.