

PREMI ASURANSI JIWA *LAST SURVIVOR* DWIGUNA DENGAN MENGGUNAKAN ASUMSI *CONSTANT FORCE*

Dian Fauzia Rahmi¹, Hasriati², Aziskhan²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

dianfauziarahmi@yahoo.com

ABSTRACT

This paper discusses about the premium of endowment of life insurance with the last survivor status. It means life insurance of two persons who are x and y years old with the premium payed until the last death of insurance clients. The premium calculation is done by previously determining the present value of annuity and the single premium based on constant force assumption.

Keywords: *constant force assumption, life annuity, the last survivor status.*

ABSTRAK

Kertas kerja ini membahas tentang premi asuransi jiwa *last survivor* dwiguna, yaitu asuransi jiwa gabungan dari dua orang peserta asuransi yang berusia x dan y tahun dengan premi dibayarkan sampai kematian terakhir dari pesertanya. Perhitungan premi tahunan asuransi jiwa *last survivor* dwiguna diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu nilai tunai anuitas dan premi tunggalnya berdasarkan asumsi *constant force*.

Kata kunci: anuitas hidup, asumsi *constant force*, status *last survivor*.

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa gabungan adalah suatu perjanjian asuransi yang berhubungan dengan suatu keadaan dimana aturan hidup dan matinya seseorang merupakan gabungan dari dua faktor atau lebih, misalnya suami dan istri, atau orang tua dan anak [1]. Asuransi jiwa gabungan terbagi atas dua, yaitu asuransi jiwa *joint life* dan asuransi jiwa *last survivor*. Asuransi jiwa *joint life* merupakan asuransi jiwa gabungan yang pembayaran preminya dilakukan sampai kematian pertama dari anggotanya, sedangkan asuransi jiwa *last survivor* merupakan asuransi jiwa gabungan yang pembayaran preminya dilakukan sampai kematian terakhir dari pesertanya. Berdasarkan masa pertanggungjawabannya, asuransi jiwa *last survivor* terbagi atas asuransi jiwa *last survivor* seumur hidup, asuransi jiwa *last survivor* berjangka dan asuransi jiwa *last survivor* dwiguna.

Untuk menentukan besarnya premi yang harus dibayarkan peserta asuransi, diperlukan anuitas hidup yang dipengaruhi oleh percepatan mortalita, peluang hidup dan peluang meninggal dari peserta asuransi. Dalam perhitungan premi, dapat digunakan beberapa asumsi diantaranya asumsi *constant force* yaitu asumsi yang menyatakan percepatan mortalita konstan untuk setiap usia. Percepatan mortalita merupakan lajunya tingkat angka kematian pada usia tertentu.

Kertas kerja ini membahas tentang premi asuransi jiwa *last survivor* dwiguna yang diperoleh dari buku karangan Futami [1]. Asuransi jiwa *last survivor* dwiguna adalah asuransi jiwa yang masa pertanggungannya ditentukan, dalam maupun saat berakhirnya masa pertanggungannya, baik meninggal maupun bertahan hidup, tertanggung tetap mendapatkan uang pertanggungannya, dengan ketentuan jika dalam masa pertanggungannya tersebut salah satu tertanggung meninggal dunia maka tertanggung yang lain harus tetap membayar premi sampai berakhirnya masa pertanggungannya. Dalam hal ini penulis hanya membatasi untuk dua orang tertanggung (peserta asuransi) yang berusia x dan y tahun. Pada Futami, perhitungan preminya menggunakan fungsi komutasi, sedangkan pada kertas kerja ini membahas tentang perhitungan premi dengan menggunakan asumsi *constant force* yang diperoleh dari buku karangan Dickson et al [2] dan Batten [3].

2. ANUITAS HIDUP UNTUK STATUS *LAST SURVIVOR*

Dalam perhitungan premi asuransi jiwa, diperlukan anuitas hidup. Anuitas hidup adalah suatu pembayaran yang dilakukan selama peserta asuransi masih hidup. Apabila pembayaran dilakukan diawal periode maka disebut anuitas hidup awal. Nilai tunai anuitas hidup dipengaruhi oleh peluang hidup dan faktor diskon.

Berdasarkan asumsi *constant force* [3],

$$\mu(x) = \mu, \quad x \geq 0 \quad \mu \geq 0.$$

Artinya percepatan mortalita konstan untuk semua x , sehingga percepatan mortalita untuk usia $(x + s)$ tahun dapat dinyatakan dengan

$$\mu(x + s) = \mu, \quad x \geq 0 \quad \mu \geq 0. \tag{1}$$

Hubungan antara peluang hidup dengan percepatan mortalita adalah sebagai berikut

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu(x+s) ds}. \tag{2}$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (2), maka peluang orang yang berusia x tahun akan hidup hingga t tahun dapat dinyatakan dengan

$${}_t p_x = (p_x)^t, \tag{3}$$

dan peluang orang yang berusia x dan y tahun akan hidup hingga t tahun dinyatakan dengan

$${}_t p_{xy} = (p_{xy})^t. \quad (4)$$

Asumsi pada persamaan (3) dan (4) inilah yang digunakan dalam perhitungan nilai tunai anuitas dan premi asuransi jiwa.

Dalam asuransi jiwa *last survivor*, anuitas yang digunakan adalah anuitas hidup untuk status *last survivor*, yaitu anuitas hidup gabungan dari peserta asuransi yang berusia x dan y tahun dimana pembayarannya akan berhenti jika kedua peserta meninggal dunia.

Pada anuitas hidup untuk status *last survivor*, peluang hidup juga dinyatakan dalam bentuk peluang untuk status *last survivor* sebagai berikut [4]

$${}_t p_{\overline{xy}} = {}_t p_x + {}_t p_y - {}_t p_{xy}, \quad (5)$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk status *last survivor* dari peserta asuransi yang berusia x dan y tahun dengan pembayaran sebesar 1 satuan pembayaran dinyatakan dengan [1]

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:n|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{\overline{xy}}. \quad (6)$$

Berdasarkan asumsi pada persamaan (3) dan persamaan (4), nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk status *last survivor* dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:n|} = \frac{(1+i)(1-(vp_x)^n)}{q_x+i} + \frac{(1+i)(1-(vp_y)^n)}{q_y+i} - \frac{(1+i)(1-(vp_{xy})^n)}{q_{xy}+i}, \quad (7)$$

dengan v menyatakan faktor diskon yaitu

$$v = \frac{1}{1+i}. \quad (8)$$

3. PREMI ASURANSI JIWA LAST SURVIVOR DWIGUNA

Premi merupakan serangkaian pembayaran yang dilakukan oleh pemegang polis asuransi. Pembayaran premi asuransi yang dilakukan pada waktu kontrak asuransi disetujui, selanjutnya tidak ada pembayaran lagi disebut dengan premi tunggal [5].

Premi tunggal asuransi jiwa *last survivor* dwiguna dari peserta asuransi yang berusia x dan y tahun, dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun dan uang pertanggungan sebesar R dinyatakan dengan [1]

$$A_{\overline{xy}:n|} = R \left[v^n {}_n p_{\overline{xy}} + \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t | q_{\overline{xy}} \right], \quad (9)$$

dimana ${}_t|q_{\overline{xy}}$ merupakan peluang orang yang berusia x dan y tahun akan hidup sampai t tahun dan kemudian meninggal dalam 1 tahun berikutnya, dinyatakan dengan

$${}_t|q_{\overline{xy}} = {}_t p_{\overline{xy}} - {}_{t+1} p_{\overline{xy}}. \quad (10)$$

Dengan menggunakan persamaan (5) dan (10), maka persamaan (9) dapat dinyatakan dalam bentuk

$$A_{\overline{xy}:\overline{n}} = A_{x:\overline{n}} + A_{y:\overline{n}} - A_{xy:\overline{n}}. \quad (11)$$

Notasi $A_{x:\overline{n}}$ menyatakan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dari peserta yang berusia x tahun, $A_{y:\overline{n}}$ menyatakan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dari peserta yang berusia y tahun dan $A_{xy:\overline{n}}$ menyatakan premi tunggal asuransi jiwa *joint life* dwiguna dari peserta yang berusia x dan y tahun.

Berdasarkan asumsi pada persamaan (3), premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dari peserta yang berusia x tahun dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun dan uang pertanggungan sebesar R dinyatakan dengan

$$A_{x:\overline{n}} = R \frac{q_x + i(vp_x)^n}{q_x + i}, \quad (12)$$

untuk peserta yang berusia y tahun,

$$A_{y:\overline{n}} = R \frac{q_y + i(vp_y)^n}{q_y + i}. \quad (13)$$

Dengan menggunakan asumsi pada persamaan (4), maka premi tunggal asuransi jiwa *joint life* dwiguna dari peserta yang berusia x dan y tahun dinyatakan dengan

$$A_{xy:\overline{n}} = R \frac{q_{xy} + i(vp_{xy})^n}{q_{xy} + i}. \quad (14)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (12), (13) dan (14) ke persamaan (11) maka diperoleh premi tunggal asuransi jiwa *last survivor* dwiguna sebagai berikut:

$$A_{\overline{xy}:\overline{n}} = R \left[\frac{q_x + i(vp_x)^n}{q_x + i} + \frac{q_y + i(vp_y)^n}{q_y + i} - \frac{q_{xy} + i(vp_{xy})^n}{q_{xy} + i} \right]. \quad (15)$$

Pada program asuransi, selain premi tunggal juga terdapat premi tahunan. Premi tahunan merupakan premi yang dibayarkan setiap tahun oleh peserta asuransi. Perhitungan premi tahunan diperoleh dari persamaan dasar perhitungan premi, yaitu nilai tunai premi sama dengan nilai tunai santunan.

Premi tahunan asuransi jiwa *last survivor* dwiguna dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun dinyatakan dengan [1]

$$P_{\overline{xy:n}|} = \frac{A_{\overline{xy:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy:n}|}}, \quad (16)$$

sehingga dengan mensubstitusikan persamaan (7) dan (15) ke persamaan (16), maka premi tahunan asuransi jiwa *last survivor* dwiguna dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$P_{\overline{xy:n}|} = \frac{R \left[\frac{q_x + i(vp_x)^n}{q_x + i} + \frac{q_y + i(vp_y)^n}{q_y + i} - \frac{q_{xy} + i(vp_{xy})^n}{q_{xy} + i} \right]}{\frac{(1+i)(1-(vp_x)^n)}{q_x + i} + \frac{(1+i)(1-(vp_y)^n)}{q_y + i} - \frac{(1+i)(1-(vp_{xy})^n)}{q_{xy} + i}}. \quad (17)$$

4. CONTOH

Seorang pegawai swasta yang berusia 48 tahun bersama istrinya yang berusia 42 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa *last survivor* dwiguna dengan masa pertanggungan asuransi selama 17 tahun dan uang pertanggungan sebesar Rp20.000.000,00 yang nantinya akan diberikan kepada ahli warisnya yaitu kedua anaknya. Perhitungan premi menggunakan TMI'1999 dengan tingkat bunga 2%. Besarnya premi yang harus dibayarkan setiap tahunnya dapat ditentukan dengan langkah-langkah berikut:

Diketahui: usia peserta asuransi pertama	$x = 48$
usia peserta asuransi kedua	$y = 42$
masa pertanggungan asuransi	$n = 17$
uang pertanggungan	$R = \text{Rp}20.000.000,00$
tingkat bunga	$i = 2\% = 0,02$

Dengan menggunakan persamaan (8), maka

$$v = \frac{1}{1 + 0,02} = 0,9803921568627$$

dan dari Tabel Mortalita Indonesia 1999, diketahui:

$$\begin{aligned} p_{48} &= 0,9951525 & q_{48} &= 0,0048475 \\ p_{42} &= 0,9980324 & q_{42} &= 0,0019676 \end{aligned}$$

sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} p_{48;42} &= p_{48} p_{42} \\ &= 0,9951525 \times 0,9980324 \\ p_{48;42} &= 0,993194437941 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
q_{48;42} &= 1 - p_{48;42} \\
&= 1 - 0,993194437941 \\
q_{48;42} &= 0,006805562059
\end{aligned}$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk status *last survivor* dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan (7), maka diperoleh

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{48;42:17}|} &= \frac{(1+i)(1-(vp_{48})^{17})}{q_{48}+i} + \frac{(1+i)(1-(vp_{42})^{17})}{q_{42}+i} \\
&\quad - \frac{(1+i)(1-(vp_{48;42})^{17})}{q_{48;42}+i} \\
&= \frac{(1+0,02)\left(1 - ((0,9803921568627)(0,9951525))^{17}\right)}{0,0048475 + 0,02} \\
&\quad + \frac{(1+0,02)\left(1 - ((0,9803921568627)(0,9980324))^{17}\right)}{0,0019676 + 0,02} \\
&\quad - \frac{(1+0,02)\left(1 - ((0,9803921568627)(0,993194437941))^{17}\right)}{0,006805562059 + 0,02}
\end{aligned}$$

$$\ddot{a}_{\overline{48;42:17}|} = \text{Rp}14,566932365695$$

Kemudian dengan menggunakan persamaan (15), maka diperoleh premi tunggal asuransi jiwa *last survivor* dwiguna sebagai berikut

$$\begin{aligned}
A_{\overline{48;42:17}|} &= R \left[\frac{q_{48} + i(vp_{48})^{17}}{q_{48} + i} + \frac{q_{42} + i(vp_{42})^{17}}{q_{42} + i} - \frac{q_{48;42} + i(vp_{48;42})^{17}}{q_{48;42} + i} \right] \\
&= \text{Rp}20.000.000,00 \left[\frac{0,0048475 + 0,02((0,9803921568627)(0,9951525))^{17}}{0,0048475 + 0,02} \right. \\
&\quad + \frac{0,0019676 + 0,02((0,9803921568627)(0,9980324))^{17}}{0,0019676 + 0,02} \\
&\quad \left. - \frac{0,006805562059 + 0,02((0,9803921568627)(0,993194437941))^{17}}{0,006805562059 + 0,02} \right]
\end{aligned}$$

$$A_{\overline{48;42:17}|} = \text{Rp}14.287.477,511418$$

Selanjutnya, berdasarkan persamaan (16) maka diperoleh

$$P_{\overline{48;42:17}|} = \frac{A_{\overline{48;42:17}|}}{\ddot{a}_{\overline{48;42:17}|}}$$

$$P_{\overline{48;42:17}|} = \frac{\text{Rp}14.287.477,511418}{\text{Rp}14,566932365695}$$

$$P_{\overline{48;42:17}|} = \text{Rp}980.815,80615181$$

Jadi, besarnya premi yang harus dibayar setiap awal tahun adalah Rp980.815,81.

5. KESIMPULAN

Besarnya premi yang harus dibayarkan peserta asuransi jiwa bergantung pada usia masuk peserta, besarnya uang pertanggungan dan tingkat bunga. Pada asuransi jiwa *last survivor* dwiguna, perhitungan preminya berkaitan dengan premi asuransi jiwa untuk perorangan dan premi asuransi jiwa *joint life*. Dalam menentukan premi asuransi jiwa *last survivor*, harus ditentukan terlebih dahulu premi untuk asuransi jiwa perorangan dan premi untuk asuransi jiwa *joint life*.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian II*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Gekan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [2] Dickson, D. C. M., M. R. Hardy, & H. R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, New York.
- [3] Batten, R. W. 1998. *Life Contingencies : A Guide for the Actuarial Student Second Edition*. ACTEX Publications, Winsted.
- [4] Bowers, N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, & C. J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America.
- [5] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jekan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.