CADANGAN NEW JERSEY PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA *JOINT LIFE* BERDASARKAN HUKUM DE MOIVRE

KARYA ILMIAH

OLEH

SHOFI NUR HIDAYAH
NIM. 1703111504

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS RIAU
PEKANBARU
2021

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repo.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

CADANGAN NEW JERSEY PADA ASURANSI JIWA DWIGUNA *JOINT LIFE* BERDASARKAN HUKUM DE MOIVRE

Shofi Nur Hidayah

Mahasiswa Program Studi S1 Matematika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya, Pekanbaru 28293

shofinurhidayah20@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses the New Jersey's reserve for endowment *joint life* insurance which is restricted for two insurance participants who are x years old and y years old. The premium is paid until one of the insurance participants dies or insurance term ends. The solution of this problem is obtained by determining the present life annuity, single premium, and annual premium based on De Moivre's law. The calculation of the reserve in this article uses the prospectives reserves method and New Jersey.

Keywords: De Moivre's law, present life annuity, endowment life insurance, *joint life* status, New Jersey reserve

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang cadangan New Jersey pada asuransi jiwa dwiguna *joint life* yang dibatasi untuk dua peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun. Pembayaran premi berhenti apabila salah satu dari peserta asuransi meninggal dunia atau masa pertanggungan asuransi berakhir. Penyelesaian permasalahan diperoleh dengan menentukan anuitas hidup awal, premi tunggal, dan premi tahunan dengan menggunakan hukum De Moivre. Perhitungan cadangan dalam artikel ini menggunakan metode prospektif dan New Jersey.

Kata kunci: Hukum De Moivre, anuitas hidup awal, asuransi jiwa dwiguna, status *joint life*, cadangan New Jersey

1. PENDAHULUAN

Musibah yang terjadi pada manusia seperti kecelakaan, sakit, hingga kematian dapat terjadi kapan saja dan dimana saja. Musibah ini dapat menimbulkan kerugian finansial. Oleh karena itu, untuk mengurangi risiko finansial diperlukanlah jaminan masa depan. Salah satu cara untuk mendapatkan jaminan masa depan adalah

Repository Universitas Riau https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

dengan mengikuti program asuransi [9]. Berdasarkan jenis jaminannya, asuransi dibedakan menjadi beberapa jenis, salah satunya asuransi jiwa. Asuransi jiwa adalah program asuransi yang memberikan sejumlah uang pertanggungan atas kematian peserta asuransi kepada ahli waris sesuai kesepakatan polis [8]. Asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan dari asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka dimana uang pertanggungan akan diberikan apabila terjadi kematian pada peserta asuransi atau masa pertanggungan berakhir [6, h. 88].

Secara teori, cadangan adalah seluruh jumlah uang dalam jangka pertanggungan yang ada pada perusahaan asuransi. Berdasarkan perhitungannya, cadangan dibedakan menjadi dua yaitu cadangan prospektif yang perhitungannya berdasarkan nilai dimasa mendatang dan cadangan retrospektif yang perhitungannya berdasarkan nilai dimasa lampau [6, h. 135]. Salah satu metode yang menggunakan perhitungan cadangan prospektif adalah New Jersey.

Pada artikel ini ditentukan cadangan New Jersey asuransi jiwa dwiguna status *joint life* dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun. Cadangan New Jersey diperoleh dari premi yang dibayar oleh peserta asuransi selama n tahun jangka pertanggungan yang besarnya dipengaruhi oleh anuitas dan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna *joint life*. Dalam menentukan peluang hidup dan peluang meninggal dari peserta asuransi digunakan hukum De Moivre.

2. FUNGSI SURVIVAL *JOINT LIFE*

Fungsi *survival* $S(x)$ adalah fungsi yang menyatakan peluang peserta asuransi dapat bertahan hidup hingga x tahun dan jika X adalah peubah acak kontinu yang menyatakan waktu bertahan hidup dari peserta asuransi maka fungsi *survival* dalam [2, h. 79] dinyatakan sebagai

$$S(x) = P(X > x), \quad x \geq 0. \tag{1}$$

Fungsi kepadatan peluang $f(x)$ memiliki keterkaitan dengan fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ dengan peubah acak kontinu X dan didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 1 [1, h. 58] Fungsi distribusi kumulatif dari peubah acak X dengan fungsi kepadatan peluang $f(x)$ adalah

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt, \qquad \text{untuk} -\infty < x < \infty.$$

Hubungan antara fungsi *survival* dan fungsi distribusi kumulatif diperoleh berdasarkan persamaan (1) dan Definisi 1 yang dinyatakan sebagai berikut:

$$S(x) = 1 - F(x). \tag{2}$$

Fungsi *survival* dari peserta asuransi yang berusia x tahun dinotasikan dengan ${}_tp_x$ yang menyatakan peluang bertahan hidup dari peserta asuransi yang berusia x hingga berusia $x + t$ tahun

$$S_{T(x)}(t) = {}_tp_x. \tag{3}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

Peluang hidup dari perserta asuransi dengan rentang usia $[x, x+t]$ dapat dinyatakan sebagai fungsi *survival* usia $x+t$ per fungsi *survival* usia x tahun atau dituliskan sebagai

$$ {}_tp_x = \frac{S(x+t)}{S(x)}. \tag{4} $$

Peluang hidup *joint life* dinotasikan dengan ${}_tp_{xy}$ yang menyatakan peluang hidup dan peluang meninggal dari peserta asuransi jiwa dalam bentuk peluang gabungan yang dijelaskan dalam [7, h. 57], yaitu

$$ {}_tp_{xy} = {}_tp_x {}_tp_y. \tag{5} $$

Dalam menentukan fungsi *survival* diperlukan suatu hukum mortalita. Pada artikel ini hukum mortalita yang digunakan yaitu hukum De Moivre. Fungsi kepadatan peluang pada hukum De Moivre dinyatakan sebagai [5]

$$ f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\omega}, & 0 \le x \le \omega, \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya.} \end{cases} \tag{6} $$

dengan ω menotasikan usia maksimum dari peserta asuransi.

Berdasarkan Definisi 1 dan persamaan (6) yang disubstitusikan ke dalam persamaan (2) diperoleh fungsi *survival* $S(x)$ yang dinyatakan sebagai

$$ S(x) = 1 - \frac{x}{\omega}. \tag{7} $$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (7) ke dalam persamaan (4) diperoleh peluang hidup dari peserta asuransi yang berusia x tahun hingga $x+t$ tahun berdasarkan hukum De Moivre, yaitu

$$ {}_tp_x = \frac{\omega - x - t}{\omega - x}. \tag{8} $$

Berdasarkan persamaan (5) dan persamaan (8), peluang hidup *joint life* berdasarkan hukum De Moivre dinyatakan dengan

$$ {}_tp_{xy} = \left(\frac{\omega - x - t}{\omega - x}\right)\left(\frac{\omega - y - t}{\omega - y}\right). \tag{9} $$

3. MODEL TINGKAT BUNGA HULL-WHITE

Nilai tunai anuitas dan premi di asuransi dipengaruhi oleh beberapa faktor, salah satunya adalah tingkat bunga yang dinotasikan dengan i. Salah satu model tingkat

Repository University of Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

bunga yaitu model Hull-White yang dinyatakan sebagai [3, h. 205]

$$dr(t) = (\theta(t) - \alpha r(t))dt + \sigma dW(t) \tag{10}$$

Berdasarkan persamaan (10), tingkat bunga Hull-White memiliki ekspektasi yang dinotasikan dengan $E(r(j))$ dan dinyatakan sebagai

$$E(r(j)) = r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2. \tag{11}$$

Faktor diskon untuk t tahun mendatang dengan tingkat bunga Hull-White dinotasikan dengan v^t dan dinyatakan dengan [2, h. 645]

$$v^t = \prod_{j=1}^{t} \frac{1}{1 + E(r(j))},$$

atau

$$v^t = \prod_{j=1}^{t} \frac{1}{1 + r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2}. \tag{12}$$

4. ANUITAS HIDUP *JOINT LIFE*

Anuitas adalah rangkaian pembayaran oleh peserta asuransi dengan besaran tertentu secara kontinu kepada perusahaan asuransi [6, h. 9]. Anuitas hidup awal adalah anuitas yang pembayarannya dilakukan di awal periode hingga periode ke $n-1$. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka n tahun untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun status *joint life* dinotasikan dengan $\ddot{a}_{xy:\bar{n}|}$ yang dinyatakan sebagai [8, h. 315-327]

$$\ddot{a}_{xy:\bar{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_tp_{xy}. \tag{13}$$

Nilai tunai anuitas awal *joint life* diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (9) dan persamaan (12) ke dalam persamaan (13), yaitu

$$\ddot{a}_{xy:\bar{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} \left(\prod_{j=1}^{t} \frac{1}{1 + r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2} \right) \left(\frac{\omega - x - t}{\omega - x} \right) \left(\frac{\omega - y - t}{\omega - y} \right). \tag{14}$$

Berdasarkan persamaan (14) diperoleh nilai tunai anuitas hidup awal status *joint life* dari peserta asuransi yang berusia $x + k$ tahun dan $y + k$ tahun dengan jangka pertanggungan $n - k$ tahun dengan hukum De Moivre, yaitu

$$\ddot{a}_{x+k:y+k:\overline{n-k}|} = \sum_{s=0}^{n-k-1} \left(\prod_{j=1}^{s} \frac{1}{1 + r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2} \right) \left(\frac{\omega - x - s}{\omega - x} \right) \left(\frac{\omega - y - s}{\omega - y} \right). \tag{15}$$

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
Repository University of Riau https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

4. CADANGAN NEW JERSEY ASURANSI JIWA DWIGUNA *JOINT LIFE* BERDASARKAN HUKUM DE MOIVRE

Sebelum menentukan cadangan New Jersey asuransi jiwa dwiguna, terlebih dahulu akan ditentukan premi tunggal dan premi tahunan dari asuransi jiwa dwiguna. Premi tunggal pada asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan dari premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni dan premi tunggal asuransi jiwa berjangka yang dinotasikan dengan $A_{xy:\bar{n}|}$ dan dinyatakan sebagai

$$A_{xy:\bar{n}|} = 1 - d\ddot{a}_{xy:\bar{n}|}. \tag{16}$$

dengan d merupakan tingkat diskon yang dinyatakan dengan $d = 1 - v$.

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (14) ke dalam persamaan (16) maka premi tunggal asuransi jiwa dwiguna *joint life* berdasarkan hukum De Moivre dinyatakan dengan

$$A_{xy:\bar{n}|} = 1 - d\sum_{t=0}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right). \tag{17}$$

Berdasarkan persamaan (15) dan persamaan (17) premi tunggal asuransi jiwa dwiguna *joint life* dari peserta asuransi yang berusia $x+k$ tahun dan $y+k$ tahun dengan jangka pertanggungan $n-k$ tahun menggunakan hukum De Moivre, yaitu

$$A_{x+k:y+k:\overline{n-k}|} = 1 - d\sum_{s=0}^{n-k-1}\left(\prod_{j=1}^{s}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-s}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-s}{\omega-y}\right). \tag{18}$$

Pembayaran premi yang dibayarkan setiap tahun selama jangka pertanggungan disebut premi tahunan. Premi tahunan untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun status *joint life* dinyatakan dengan

$$P_{xy:\bar{n}|} = \frac{1}{\ddot{a}_{xy:\bar{n}|}} - d. \tag{19}$$

Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna *joint life* berdasarkan hukum De Moivre dengan mensubtitusikan persamaan (14) ke dalam persamaan (19) yang dinyatakan sebagai

$$P_{xy:\bar{n}|} = \left[\frac{1}{\sum_{t=0}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)}\right] - d. \tag{20}$$

Selama jangka pertanggungan n tahun premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi kepada perusahaan asuransi selanjutnya akan digunakan sebagai cadangan untuk

memenuhi kewajiban perusahaan sesuai kesepakatan polis. Berdasarkan cara perhitungannya, cadangan prospektif merupakan cadangan yang perhitungannya berdasarkan nilai dimasa mendatang [10]. Cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna *joint life* untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun selama jangka pertanggungan n tahun yaitu

$$ {}_kV_{xy:\bar{n}|} = A_{x+k,y+k:\overline{n-k}|} - P_{xy:\bar{n}|}\ddot{a}_{x+k,y+k:\overline{n-k}|}. \tag{21} $$

Cadangan prospektif berdasarkan hukum De Moivre diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (15), persamaan (18), dan persamaan (20) ke dalam persamaan (21) yang dinyatakan dengan

$$ \begin{aligned} {}_kV_{xy:\bar{n}|} = 1 - d \sum_{s=0}^{n-k-1} & \left(\prod_{j=1}^{s} \frac{1}{1 + r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2} \right) \left(\frac{\omega - x - s}{\omega - x} \right) \left(\frac{\omega - y - s}{\omega - y} \right) \\ & - \left[\frac{1}{\sum_{t=0}^{n-1} \left(\prod_{j=1}^{t} \frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2} \right) \left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x} \right) \left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y} \right)} - d \right] \\ & \times \sum_{s=0}^{n-k-1} \left(\prod_{j=1}^{s} \frac{1}{1 + r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2} \right) \left(\frac{\omega - x - s}{\omega - x} \right) \left(\frac{\omega - y - s}{\omega - y} \right). \end{aligned} \tag{22} $$

Pada awal tahun polis perusahaan asuransi memerlukan biaya yang cukup besar untuk berbagai keperluan seperti tes kesehatan untuk peserta asuransi. Oleh sebab itu perusahaan asuransi memerlukan suatu metode untuk menghindari kerugian yaitu dengan menggunakan metode New Jersey yang perhitungannya menggunakan metode cadangan prospektif.

Pada metode New Jersey, peserta asuransi akan dibebankan premi tahunan modifikasi sebagai pengganti premi tahunan *joint life*. Premi modifikasi tahun pertama New Jersey dinotasikan λ^J dan premi modifikasi tahun berikutnya dinotasikan dengan γ^J. Pada saat kontrak polis disepakati, persamaan premi untuk jangka asuransi n tahun yaitu [4]

$$ \lambda^J + \gamma^J a_{xy:\overline{n-1}|} = P\ddot{a}_{xy:\bar{n}|}. \tag{23} $$

Premi tahun pertama sama dengan premi natural C_{xy} yang merupakan premi asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu 1 tahun dan diperpanjang setiap tahunnya dan dinyatakan dengan [6, h. 108]

$$ C_{xy} = vq_{xy}. \tag{24} $$

Berdasarkan persamaan (24), maka premi natural *joint life* menurut hukum De Moivre dituliskan sebagai

$$ C_{xy} = \left(\frac{1}{1 + r(0)e^{\beta j} + \alpha^{-1}(1 - e^{\beta j})^2} \right) \left(\frac{1}{(\omega - x)(\omega - y)} \right). \tag{25} $$

Repository University of Riau https://repository.unri.ac.id © Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Diindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Repository Universitas Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

Selanjutnya berdasarkan persamaan (23) dan persamaan (24) premi modifikasi New Jersey pada tahun berikutnya dinyatakan sebagai

$$\gamma^J = P_{xy:\bar{n}|} + \frac{P_{xy:\bar{n}|} - C_{xy}}{a_{xy:\overline{19}|}}. \tag{26}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (20) dan persamaan (25) ke dalam persamaan (26) diperoleh premi modifikasi New Jersey untuk tahun berikutnya berdasarkan hukum De Moivre yang dinyatakan sebagai

$$\begin{aligned}\gamma^J = &\left[\frac{1}{\sum_{t=0}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)} - d\right] \\ &+ \frac{\left(\frac{1}{\sum_{t=0}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)} - d\right)}{\sum_{t=0}^{19}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)} \\ &- \frac{\frac{1}{1+e^{\beta j}r(0)+\alpha^{-}1(1-e^{\beta j})^2}\left(\frac{1}{\omega-x}\right)\left(\frac{1}{\omega-y}\right)}{\sum_{t=0}^{19}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)}.\end{aligned} \tag{27}$$

Selanjutnya cadangan New Jersey untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun status *joint life* dinyatakan sebagai [4]

$${}_kV_{xy:\overline{19}|}{}^J = {}_kV_{xy:\bar{n}} - (\gamma^J + P_{xy:\bar{n}})\ddot{a}_{x+k,y+k:\overline{20-k}|}. \tag{28}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (15), persamaan (20), dan persamaan (27) ke dalam persamaan (28) diperoleh cadangan New Jersey berdasarkan hukum De Moivre yang dinyatakan dengan

$$\begin{aligned}{}_kV_{xy:\overline{19}|}{}^J = {}_kV_{xy:\bar{n}|} - &\left[\frac{\frac{1}{\sum_{t=0}^{n-1}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)} - d}{\sum_{t=0}^{19}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)}\right. \\ &\left. + \frac{\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\left(\frac{1}{\omega-x}\right)\left(\frac{1}{\omega-y}\right)}{\sum_{t=0}^{19}\left(\prod_{j=1}^{t}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-t}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-t}{\omega-y}\right)}\right] \\ &\times \sum_{s=0}^{20-k-1}\left(\prod_{j=1}^{s}\frac{1}{1+r(0)e^{\beta j}+\alpha^{-1}(1-e^{\beta j})^2}\right)\left(\frac{\omega-x-s}{\omega-x}\right)\left(\frac{\omega-y-s}{\omega-y}\right).\end{aligned} \tag{29}$$

Contoh 1 Sepasang suami istri ingin mengikuti program asuransi jiwa dwiguna status *joint life* selama 25 tahun. Pada saat mendaftar asuransi usia sang suami adalah 35 tahun dan usia sang istri adalah 30 tahun. Uang pertanggungan yang

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

akan diterima apabila terjadi klaim sebesar Rp200.000.000. Diasumsikan bahwa usia maksimal suami dan istri dapat bertahan hidup adalah 80 tahun. Selanjutnya, untuk menentukan tingkat bunga akan diberikan data BI *rate* yang ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1: Data BI *rate*

t	tingkat bunga	t	tingkat bunga	t	tingkat bunga
1	0,0350	6	0,0375	11	0,0425
2	0,0350	7	0,0400	12	0,0450
3	0,0350	8	0,0400	13	0,0450
4	0,0375	9	0,0400	14	0,0450
5	0,0375	10	0,0400	15	0,0475

Kemudian berdasarkan hukum De Moivre dapat ditentukan

(i) Cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna *joint life*.

(ii) Cadangan prospektif dimodifikasi dengan metode New Jersey pada asuransi jiwa dwiguna *joint life*.

Berdasarkan ilustrasi tersebut diketahui bahwa $x = 35$, $y = 30$, $n = 25$, $\omega = 80$, $R = 200.000.000$. Sebelum menentukan cadangan, terlebih dahulu ditentukan nilai estimasi untuk $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$. Nilai estimasi $\hat{\alpha}$ dan $\hat{\beta}$ menggunakan metode *log-likelihood* dengan hasil estimasi $\hat{\alpha} = 0,04874$, $\hat{\beta} = 0,03365$, dan $d = 0,03381$. Selanjutnya, perhitungan persoalan pada kasus tersebut diselesaikan dengan menggunakan *Maple 13* dan diperoleh hasil sebagai berikut:

(i) Berdasarkan persamaan (22) diperoleh ${}_1V_{35,30:\overline{25}|}$=Rp27.347.616.

(ii) Berdasarkan persamaan (29) diperoleh ${}_2V_{35,30:\overline{25}|}$=Rp27.678.363.

Perhitungan lengkap cadangan New Jersey pada asuransi jiwa dwiguna *joint life* untuk kedua persoalan diatas disajikan dalam Tabel 2.

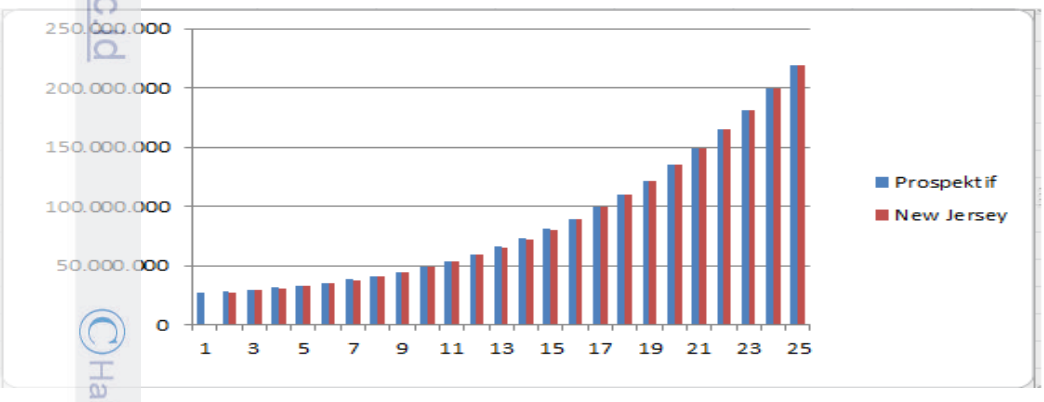
Tabel 2: Cadangan Prospektif dan New Jersey

k	UP (RP)	$P_{xy:\bar{n}\|}$ (RP)	Premi Modifikasi	${}_kV_{xy:\bar{n}\|}$ (RP)	${}_kV_{xy:\bar{n}\|}{}^J$ (RP)
1	200.000.000	13.688.632	12.965.831	27.347.616	0
2	200.000.000	13.688.632	13.765.435	28.381.901	27.678.363
3	200.000.000	13.688.632	13.765.435	29.662.949	28.971.677
4	200.000.000	13.688.632	13.765.435	31.230.169	30.553.179
5	200.000.000	13.688.632	13.765.435	33.125.658	32.465.165
6	200.000.000	13.688.632	13.765.435	35.393.946	34.752.371
7	200.000.000	13.688.632	13.765.435	38.081.735	37.461.712
8	200.000.000	13.688.632	13.765.435	41.237.645	40.642.019
9	200.000.000	13.688.632	13.765.435	44.911.964	44.343.800
10	200.000.000	13.688.632	13.765.435	49.156.430	48.619.014

k	UP (RP)	$P_{xy:\bar{n}\|}$ (RP)	Premi Modifikasi	${}_kV_{xy:\bar{n}\|}$ (RP)	${}_kV_{xy:\bar{n}\|}{}^J$ (RP)
11	200.000.000	13.688.632	13.765.435	54.024.040	53.208.832
12	200.000.000	13.688.632	13.765.435	59.568.901	59.103.374
13	200.000.000	13.688.632	13.765.435	65.846.112	65.422.921
14	200.000.000	13.688.632	13.765.435	72.911.707	72.534.696
15	200.000.000	13.688.632	13.765.435	80.822.627	80.496.249
16	200.000.000	13.688.632	13.765.435	89.636.740	89.365.698
17	200.000.000	13.688.632	13.765.435	99.412.908	99.202.163
18	200.000.000	13.688.632	13.765.435	110.211.090	110.065.864
19	200.000.000	13.688.632	13.765.435	122.092.476	122.018.270
20	200.000.000	13.688.632	0	135.119.668	135.119.668
21	200.000.000	13.688.632	0	149.356.879	149.356.879
22	200.000.000	13.688.632	0	164.870.168	164.870.168
23	200.000.000	13.688.632	0	181.727.695	181.727.695
24	200.000.000	13.688.632	0	200.000.000	200.000.000
25	200.000.000	13.688.632	0	219.760.306	219.760.306

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa premi tahunan asuransi jiwa dwiguna *joint life* selama 25 tahun jangka pertanggungan sebesar Rp13.688.632. Dari 20 tahun jangka modifikasi diperoleh premi awal tahun modifikasi sebesar Rp12.965.831 dan premi modifikasi tahun berikutnya yaitu Rp13.765.435.

Perbandingan besar cadangan prospektif dan cadangan New Jersey diilustrasikan pada Gambar 1.



Gambar 1: Grafik cadangan prospektif dan New Jersey status *joint life*

Berdasarkan Gambar 1 dapat dijelaskan bahwa selama 25 tahun jangka pertanggungan, nilai cadangan prospektif *joint life* dan nilai cadangan New Jersey *joint life* semakin membesar seiring tahun dengan cadangan prospektif selalu lebih besar dari cadangan New Jersey.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository Universitas Riau http://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

Repository University of Riau https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

Besarnya cadangan prospektif dipengaruhi oleh premi tunggal *joint life* yang dibebankan pada peserta asuransi semakin membesar dengan anuitas hidup awalnya semakin mengecil. Sedangkan, nilai cadangan New Jersey dipengaruhi oleh premi natural modifikasi tahun pertama yang lebih kecil dari premi tahunan metode prospektif, dimana premi natural modifikasi tahun pertama berpengaruh pada premi modifikasi tahun kedua hingga ke-19 dengan nilai cadangan tahun pertama New Jersey adalah 0.

5. KESIMPULAN

Pada asuransi jiwa dwiguna untuk status *joint life* dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan y tahun memiliki nilai tunai anuitas awal cadangan prospektif sama dengan nilai tunai anuitas awal cadangan New Jersey. Premi tahunan pada cadangan prospektif dinyatakan dengan 1 dikurang tingkat diskon dikali anuitas awal *joint life*. Sedangkan premi pada metode New Jersey diperlukan modifikasi yang terdiri dari premi natural tahun pertama dan premi tahun berikutnya yang dipengaruhi oleh premi tahunan prospektif dan premi modifikasi tahun pertama.

Nilai cadangan prospektif bergantung pada premi tunggal, premi tahunan serta anuitas awal tahun ke-k. Hal ini mengakibatkan nilai cadangan premi semakin besar seiring waktu. Sedangkan pada metode New Jersey, nilai cadangan dipengaruhi oleh cadangan prospektif, premi tahunan, dan premi modifikasi.

Ucapan terima kasih Ucapan terima kasih kepada Dra. Hasriati, M.Si. yang telah membimbing dan memberikan arahan dalam penulisan artikel ini. Berkat bantuan beliau penulis dapat menyelesaikan artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] L. J. Bain, dan M. Engelhardt, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Duxbury Thomson Learning, Belmont, Califonia, 1991.

[2] N. L. Bowers, H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, dan C. J. Nesbitt, *Actuarial Mathematics, the Society of Actuaries*, United States of America, 1997.

[3] O. Calin, *An Introduction to stochastic calculus with application to finance*, 372 (2012), http://people.emich.edu/ocalin/Theaching-files/D18N.pdf.

[4] I.G.A.G. Dwipayana, I Nyoman Widana, dan Kartika Sari, *Menentukan formula cadangan premi asuransi jiwa last survivor menggunakan metode New Jersey*, E-Jurnal Matematika, 8(4)(2019), 264-268.

[5] Finan, M. B, *A reading of the Theory of Life Contingency Model : A Preparation for Exam MLC/3L*, Arkansas Tech University, Arkansas, 2011.

[6] T. Futami, *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I, Cetakan Pertama, terj. dari Seime Hoken Sugaku Gekan, oleh G. Herliyanto*, Incorporated Foundation, Tokyo, 1993.

[7] T. Futami, *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II, Cetakan Pertama, terj. dari Seime Hoken Sugaku Gekan, oleh G. Herliyanto*, Incorporated Foundation, Tokyo, 1994.

[8] F. Handoyo, Riaman, N. Gusriani, S. Supian, dan Subiyanto, *Joint life term insurance reserves use the retrospective method based on De Moivre Law*, World Scientific News, 2(2019), 315-327.

[9] M. M. Jantsje, W. J. Botzen, dan B. E. Julia, *Behavioral motivations for self-insurance under different disaster risk insurance schemes*, Journal of Economic Behavior & Organization, (2018), 1-25.

[10] Zulfadri, Arnellis, dan Muhammad Subhan, *Modifikasi cadangan premi prospektif pada asuransi jiwa seumur hidup joint life menggunakan metode New Jersey*, UNPjoMath, 2 (2019), 67-72.

Repository Universitas Riau https://repository.unri.ac.id

© Hak cipta milik Universitas Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.