ISBN: 978-979-792-552-9

Alternatif Menentukan Panjang Garis Berat pada Segitiga

Riza Gushelsi [1*], Mashadi [2], Sri Gemawati [2]

[1] Mahasiswa Program Studi Magister Matematika
[2] Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya, Pekanbaru 28293

*gushelsiriza@gmail.com

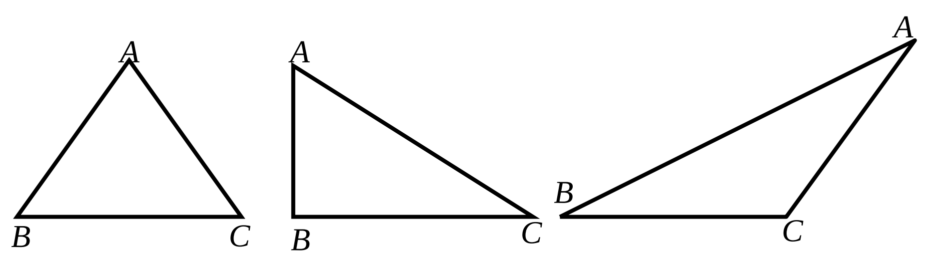
Abstrak

Di dalam beberapa buku teks untuk menentukan panjang garis berat pada suatu segitiga kebanyakan dengan menggunakan teorema Stewart. Dalam tulisan ini diberikan alternatif lain untuk menentukan panjang garis berat pada suatu segitiga dengan menggunakan konsep Kongruensi dan Kesebangunan.

Kata kunci: garis berat, kesebangunan, kongruensi

1 Pendahuluan

Segitiga merupakan suatu bangun datar yang mempunyai tiga buah sisi dan tiga buah sudut [1, 8, 9], seperti pada Gambar 1.

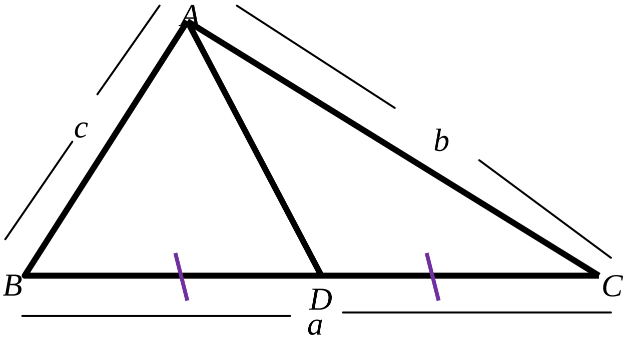


Gambar 1: Bentuk ΔABC

Garis berat merupakan salah satu garis istimewa pada suatu segitiga. Misalkan terdapat segitiga sembarang, apabila ditarik suatu garis lurus dari salah satu titik sudut

ISBN: 978-979-792-552-9

segitiga ke sisi di hadapan sudut itu maka akan membagi sisi tersebut menjadi dua bagian yang sama panjang. Garis ini disebut dengan garis berat [1, 8, 9].



Gambar 2: ΔABC Sembarang Dengan Garis Berat AD

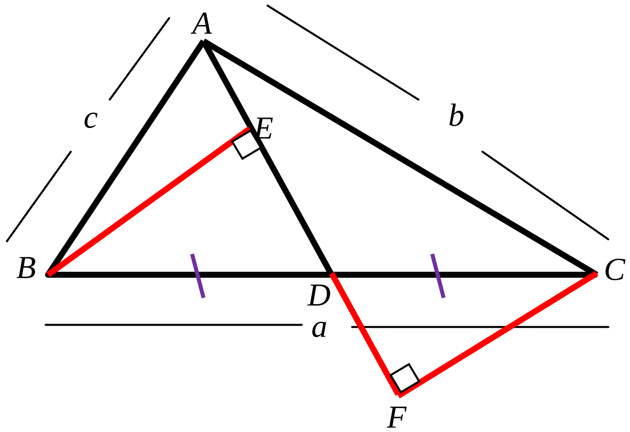
Perhatikan ΔABC pada Gambar 2. Panjang garis berat AD dari ΔABC sembarang pada Gambar 2 adalah,

$$AD^2 = \frac{1}{2}AC^2 + \frac{1}{2}AB^2 - \frac{1}{4}BC^2 \quad \text{atau} \quad AD^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{4}a^2$$

Dalam buku teks [6, 8] telah dibahas bagaimana cara menentukan panjang garis berat suatu segitiga. Cara yang digunakan adalah dengan menggunakan teorema Stewart [6,8]. Pada artikel ini dibahas alternatif lain untuk menentukan panjang garis berat pada suatu segitiga yaitu dengan menggunakan konsep Kongruensi dan Kesebangunan.

2 Alternatif Pertama Kongruensi antara Dua Segitiga

Perhatikan ΔBED dan ΔCFD pada Gambar 3, berdasarkan Postulat dan teorema Kongruensi [4, 8, 10] maka dapat ditunjukkan $\Delta BED \cong \Delta CFD$.



Gambar 3: ΔABC setelah dikontruksi garis $BE \perp AD$ dan $CF \perp AD$

Karena $\Delta BED \cong \Delta CFD$ sehingga diperoleh,

$$\frac{BD}{CD} = \frac{DE}{DF} = \frac{BE}{CF},$$
$$BD\,DF = CD\,DE,$$
$$DF = DE \tag{1}$$

Perhatikan ΔABD pada Gambar 3, berdasarkan teorema Pythagoras [4, 5, 6, 7, 8] maka diperoleh,

$$BE^2 = AB^2 - AE^2. \tag{2}$$
$$BE^2 = BD^2 - DE^2. \tag{3}$$

Dari persamaan (2) dan (3) diperoleh,

$$AB^2 - AE^2 = BD^2 - DE^2,$$
$$BD^2 = AB^2 - AD^2 + 2AD\,DE. \tag{4}$$

Perhatikan ΔAFC pada Gambar 3, berdasarkan teorema Pythagoras [4, 5, 6, 7, 8] maka diperoleh,

$$CF^2 = CD^2 - DF^2. \tag{5}$$
$$CF^2 = AC^2 - AF^2. \tag{6}$$

Subtitusikan persamaan (5) dan (6) sehingga diperoleh,

$$CD^2 - DF^2 = AC^2 - AF^2,$$
$$CD^2 = AC^2 - AD^2 + 2AD\,DF. \tag{7}$$

Jumlahkan persamaan (4) dan (7), karena persamaan (1) maka diperoleh,

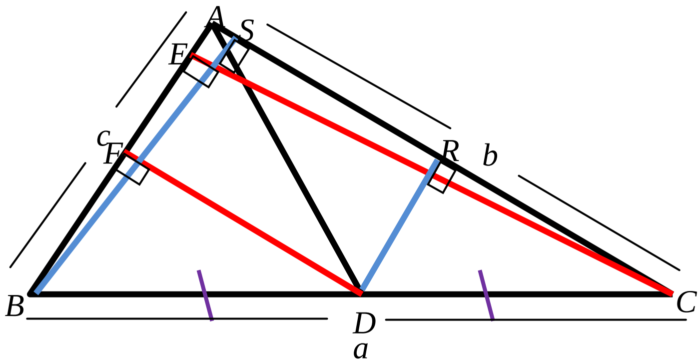
$$BD^2 = AB^2 - AD^2 + 2ADDE,$$
$$CD^2 = AC^2 - AD^2 - 2ADDF,$$
$$BD^2 + CD^2 = AB^2 + AC^2 - 2AD^2,$$
$$2AD^2 = AB^2 + AC^2 - BD^2 - CD^2,$$
$$AD^2 = \frac{1}{2}AB^2 + \frac{1}{2}AC^2 - \frac{1}{2}BD^2 - \frac{1}{2}CD^2,$$
$$AD^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{4}a^2.$$

ISBN: 978-979-792-552-9

3 Alternatif Kedua Kesebangunan antara Dua Segitiga

Perhatikan $\Delta\, BFD$ dan $\Delta\, BEC$ pada Gambar 4, berdasarkan teorema Kesebangunan [4, 8, 10] maka dapat ditunjukkan bahwa $\Delta\, BFD \sim \Delta\, BEC$. Karena $\Delta\, BFD \sim \Delta\, BEC$ sehingga diperoleh,

$$\frac{BF}{BE}=\frac{BD}{BC}=\frac{DF}{CE}. \tag{8}$$



Gambar 4: ΔABC setelah dikontruksi garis CF, $DE \perp AB$ dan DR, $BS \perp AC$

Perhatikan $\Delta\, BFD$ dan $\Delta\, AFD$ pada Gambar 4, berdasarkan teorema Pythagoras [4, 5, 6, 7, 8] maka diperoleh,

$$DF^2 = BD^2 - BF^2. \tag{9}$$
$$DF^2 = AD^2 - AF^2. \tag{10}$$

Dari persamaan (9) dan (10) diperoleh,

$$BD^2 - BF^2 = AD^2 - AF^2,$$
$$2ABBF = BD^2 - AD^2 + AB^2,$$
$$BF = \frac{BD^2 - AD^2 + AB^2}{2AB}. \tag{11}$$

Perhatikan $\Delta\, BEC$ dan $\Delta\, AEC$ pada Gambar 4, berdasarkan teorema Pythagoras [4, 5, 6, 7, 8] maka diperoleh,

$$EC^2 = BC^2 - BE^2, \tag{12}$$

$$EC^2 = AC^2 - AE^2. \tag{13}$$

Dari persamaan (12) dan (13) diperoleh,

$$BC^2 - BE^2 = AC^2 - AE^2,$$
$$2ABBE = BC^2 - AC^2 + AB^2,$$
$$BE = \frac{BC^2 - AC^2 + AB^2}{2AB}. \tag{14}$$

Kemudian bandingkan persamaan (11) dan (14) maka diperoleh,

$$\frac{BF}{BE} = \frac{BD^2 - AD^2 + AB^2}{BC^2 - AC^2 + AB^2}. \tag{15}$$

Selanjutnya perhatikan Δ *CRD* dan Δ *CSB* pada Gambar 4, berdasarkan Teorema Kesebangunan [4, 8, 10] maka juga dapat ditunjukkan bahwa Δ *CRD* ~Δ *CSB*. Karena Δ *CRD* ~Δ *CSB* sehingga diperoleh,

$$\frac{CR}{CS} = \frac{CD}{BC} = \frac{DR}{BS}. \tag{16}$$

Perhatikan Δ *CRD* dan Δ *ARD* pada Gambar 4, berdasarkan teorema Pythagoras [4, 5, 6, 7, 8] maka diperoleh,

$$DR^2 = CD^2 - CR^2. \tag{17}$$
$$DR^2 = AD^2 - AR^2. \tag{18}$$

Subtitusikan persamaan (17) dan (18) maka diperoleh,

$$CD^2 - CR^2 = AD^2 - AR^2,$$
$$2ACCR = CD^2 - AD^2 + AC^2,$$
$$CR = \frac{CD^2 - AD^2 + AC^2}{2AC}. \tag{19}$$

Perhatikan Δ *CSB* dan Δ *ASB* pada Gambar 4, berdasarkan teorema Pythagoras [4, 5, 6, 7, 8]maka diperoleh,

$$BS^2 = BC^2 - CS^2. \tag{20}$$
$$BS^2 = AB^2 - AS^2. \tag{21}$$

Subtitusikan persamaan (20) dan (21) maka diperoleh,

$$
\begin{aligned}
BC^2 - CS^2 &= AB^2 - AS^2,\\
2ACCS &= BC^2 - AB^2 + AC^2,\\
CS &= \frac{BC^2 - AB^2 + AC^2}{2AC}. \qquad (22)
\end{aligned}
$$

Kemudian bandingkan persamaan (19) dan (22) maka diperoleh,

$$\frac{CR}{CS} = \frac{CD^2 - AD^2 + AC^2}{BC^2 - AB^2 + AC^2}. \qquad (23)$$

Berdasarkan persamaan (8) dan (16) maka diperoleh,

$$\frac{BF}{BE} = \frac{CR}{CS}. \qquad (24)$$

Berdasarkan persamaan (24) maka dari persamaan (15) dan (23) diperoleh,

$$
\begin{aligned}
&\frac{BD^2 - AD^2 + AB^2}{BC^2 - AC^2 + AB^2} = \frac{CD^2 - AD^2 + AC^2}{BC^2 - AB^2 + AC^2},\\
&BD^2 - BC^2 - 2AD^2 + CD^2 + AC^2 + AB^2 = 0,\\
&2AD^2 = BD^2 - BC^2 + CD^2 + AC^2 + AB^2,\\
&AD^2 = \frac{1}{2}b^2 + \frac{1}{2}c^2 - \frac{1}{4}a^2.
\end{aligned}
$$

Kesimpulan

Dari hasil artikel ini menunjukkan bahwa persoalan matematika seperti Geometri dapat diselesaikan dengan rumus yang sederhana. Untuk menentukan panjang garis berat suatu segitiga, cukup diselesaikan dengan konsep Kongruensi, Kesebangunan, dan teorema Pythagoras yang sudah dipelajari siswa ditingkat sekolah menengah.

Daftar Pustaka

[1] Adinawan, M.C. 2013. *Matematika SMP Jilid 1B Kelas VII Berdasarkan Kurikulum 2013*. Erlangga. Jakarta.

[2] Amarasunghe, G. W. I. S. (2012). On the Standard Lengths of Angle Bisectors and the Angle Bisector Theorem. *Global Journal of Advanced Research on Classical and Modern Geometrie*s, 1:15-27.

[3] Buchholz, R. H and Rathbun, R. L. (1997). An Infinite Set of Heron Triangles With Two Rational Medians. *American Mathematical Monthly*. 104 :107-115.

[4] Gantert, A. X. 2008. *Geometry*. Amsco School Publications. USA.
[5] Jhon, C. S. 2000. *The Pythagorean Theorem Crown Jewel of Mathematics*, Sparrow-Hawke. USA.
[6] Kisacanin, B. 2002. *Mathematical Problems and Proofs*: *Combinatorics, Number Theory, and Geometry*. Kluwer Academic Publishers. USA.
[7] Lang, S. 1988. *Geometry Second Edition*. Springer-Verlag. USA.
[8] Mashadi. 2012. *Buku Ajar Geometri*. PUSBANGDIK UNRI. Pekanbaru.
[9] Nuharini, D. 2008. *Matematika Konsep dan Aplikasinya untuk SMP/MTs Kelas VII*. Depdiknas. Jakarta.
[10] Nuniek, A. A. 2008. *Mudah Belajar Matematika*. Depdiknas. Jakarta.