B A B I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Misalkan $(X;\rho)$ ruang metrik terbatas, bilangan real $r \geq 0$ dikatakan bilangan ***Rendezvous*** dari X jika untuk sebarang n $\in$ N dan sebarang $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (tidak perlu berbeda) di X terdapat $x \in X$ sehingga $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\rho(x_i,x) = r$ yang sering juga dinotasikan dengan $r(X)$.

Gross [1994] membuktikan bahwa apabila $(X;\ \rho)$ merupakan ruang metrik kompak dan tersambung, maka $(X;\ \rho)$ mempunyai bilangan rendezvous yang tunggal. Akan tetapi secara umum, sangat sulit sekali untuk menentukan eksistensi ketunggalan bilangan rendezvous dari sebarang ruang metrik. Hanya dalam beberapa kasus khusus, misalnya Hinrichs dan Kaufhold [1999], Wolf [1999] dan Henrichs [2001] dengan menggunakan pola pendekatan yang berbeda-beda, masing masing membuktikan bahwa untuk sebarang ruang Banach berdimensi n dengan n $\geq$ 2, diperoleh $r(X) \leq 2 - 1/n$. Dari kenyataan ini berarti, masih tetap belum dapat ditentukan secara pasti bilangan rendezvous untuk sebarang ruang Banach.

Secara lebih khusus lagi, Wolf [1993, 94] dan Lin [1997] telah dapat menunjukkan bahwa khususnya untuk ruang l_p dengan $1 \leq p < \infty$. Secara terpisah, masing-masing telah dapat membuktikan bahwa untuk $n \geq 2$ berlaku

$$r(l_1^n) = \left\{2 - \frac{1}{n}\right\}, \qquad r(l_1) = 0 \quad , \qquad r(l_\infty^n) = r(l_\infty) = \frac{3}{2},$$

Berdasarkan uraian di atas, penulis merasa perlu untuk mengkaji, menentukan syarat untuk eksistensi ketunggalan bilangan rendezvous untuk ruang Banach l_p secara umum dengan $1 \leq p < \infty$.

1.2. Perumusan Masalah.

Khusus untuk ruang Banach real $(X;\rho)$ berdimensi $n \geq 2$ dengan 1-unconditional basis $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(\|x_1\| = \|x_2\| = \ldots = \|x_n\| = 1)$, Wolf [1994] membuktikan hubungan ketaksamaan $\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(\|x - x_i\| + \|x + x_i\|) \leq 1 + \frac{n-1}{n}\|x\|$ yang berlaku untuk semua $x \in X$ dengan $\|x\| \leq 1$. Sedangkan Lin [1999] membuktikan bahwa untuk sebarang $1 \leq p < \infty$ berlaku $\lim_{n\to\infty}(l_n^p) = \sqrt{2}$. Berdasarkan beberapa nilai dari l_p dan dua buah fenomena di atas adalah perlunya ditentukan bilangan rendezvous untuk sebarang ruang Banach yang berdimendi hingga.

1.3. Tujuan Penelitian.

Adapun tujuan utama dari penelitian ini adalah

1. Menentukan syarat eksistensi ketunggalan bilangan rendezvous dari ruang l_p untuk $1 \leq p < \infty$.

2. Berdasarkan 1 ingin ditentukan bilangan rendezvous untuk sebarang ruang l_p dengan $1 \leq p < \infty$.

1.4. Kontribusi Penelitian.

Penelitian ini pada prinsipnya merupakan pengembangan perhitungan bilangan rendezvous yang telah ditemukan oleh beberapa peneliti terdahulu. Selain dari itu karena ruang l_p merupakan suatu ruang yang isomorphic dan homomorphic dengan banyak ruang lainnya. Maka dengan ditemukannya secara umum bilangan rendezvous untuk sebarang ruang linear berdimensi hingga ini khususnya ruang l_p , dapat ditentukan bilangan rendezvous untuk ruang lainnya.

1.5. Metodologi.

Penelitian ini dilakukan dalam bentuk study kepustakaan dengan langkah-langkah analisis sebagai berikut :

1. Pertama-tama akan ditunjukkan bahwa batas atas bilangan rendezvous untuk sebarang ruang l_p berdimensi hingga adalah $2-\dfrac{1}{2+(n-1)2^{n+1}}$ dengan n merupakan dimensi dari l_p.
2. Dengan menggunakan hasil dari Henrichs [2001] bahwa bilangan rendezvous untuk sebarang ruang Banach adalah $r(X) \leq 2 - 1/n$. akan dibuktikan bahwa untuk sebarang ruang linear bernorma berdimensi hingga berlaku

$$\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n} c_i\left(\|x_i + x\| + \|x_i - x\|\right) \leq 2 - \tfrac{1}{n}$$

x_i merupakan sebarang unsur di X dan $c_i \geq 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$.

3. Selanjutnya dengan menggunakan hasil dari Lin [1997] bahwa untuk sebarang $1 \leq p < \infty$ berlaku $\lim_{n \to \infty}\left(l_n^p\right) = \sqrt{2}$ akan dibuktikan berlaku,

$$\sqrt[p]{2} + \varepsilon > \tfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\|e_i - x\| \geq \sqrt[p]{2} - \varepsilon$$

   dengan $x \in l_p$ dan $\{ e_1, e_2, \ldots, e_n\}$ basis standart untuk l_p.

4. Dari hasil 1,2, 3 dikontruksi syarat kewujudan bilangan rendezvous untuk l_p.
5. Akhirnya berdasarkan hasil 1, 2, 3 dan 4 akan ditentukan bilangan rendezvous untuk l_p tersebut.