PERMASALAHAN PROGRAM TAK-LINIER MULTI-OBJEKTIF DENGAN FUNGSI TUJUAN PARAMETER FUZZY

Sukamto[1]

[1]Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Riau, Pekanbaru (28293), Indonesia
amto_s@yahoo.co.id

ABSTRACT

The multiobjective nonlinear programming problems with fuzzy parameters could be formulated to be nonfuzzy multiobjective nonlinear programming problems by using α-level set. The nonfuzzy multiobjective nonlinear programming problem was solved by weighting method approach where the weighting set is obtained by using compromise solution, which was found the minimum and maximum of each objective function.

***Key words**: Fuzzy number, Multiobjective nnonlinear programming, Trapezoidal fuzzy interval, Trapezoidal fuzzy number.*

ABSTRAK

Permasalahan program tak-linier multi-objektif dengan parameter *fuzzy* pada fungsi tujuan dapat diformulasikan menjadi bentuk permasalahan program tak-linier multi-objektif tidak-*fuzzy* dengan menggunakan himpunan α-level dari bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas pada interval *fuzzy*. Permasalahan program tak-linier multi-objektif tidak-*fuzzy* diselesaikan dengan pendekatan metode bobot, dimana himpunan bobot diperoleh dengan menggunakan solusi *compromise*, yaitu menentukan nilai minimum dan maksimum dari masing-masing fungsi tujuan.

***Kata kunci:** Bilangan Fuzzy, Bilangan Fuzzy Trapezoidal, Bilangan Fuzzy Trapezoidal yang diperluas, Program Tak-Linier Multi-objektif*

PENDAHULUAN

Permasalahan program tak-linier multi-objektif dengan parameter *fuzzy* telah dibahas oleh Ammar dan Sakawa, yang diyatakan dengan

$$\left.\begin{array}{ll} \min & f_i(x,\bar{a}) = (f_1(x,\bar{a}_1), f_2(x,\bar{a}_2),\ldots, f_k(x,\bar{a}_k)) \\ s.t. & x \in X(b) = \{x \in R^n \mid g_j(x,b_j) \le 0,\ j = 1,\ldots,m\} \end{array}\right\} \quad (1)$$

dimana $\bar{a} = (\bar{a}_1,\ldots,\bar{a}_k)$ parameter *fuzzy* pada fungsi tujuan $f_i(x,\bar{a}_i)$; $i = 1,\ldots, k$.

Salah satu tujuan pada persamaan (1) adalah permasalahan menentukan solusi yang optimal.

METODE PENELITIAN

(a) Memformulasikan bentuk MONLP-FP menjadi α-MONLP dengan menggunakan himpunan α-level bilangan *fuzzy trapezoidal* dan bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas;
(b) Menyelesaikan permasalahan α-MONLP masing-masing dengan menggunakan pendekatan metode bobot (*weighting*);
(c) Membandingkan hasil solusi yang diperoleh dengan menggunakan bilangan *fuzzy trapezoidal* dan bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bilangan *fuzzy trapezoidal A* dinyatakan dengan $A = (a, b, c, d)$ adalah himpunan *fuzzy A* di $\mathbb{R}$ yang fungsi keanggotaannya adalah (Wang) :

$$\mu_A(x)=\mu_A(x,a,b,c,d)=\begin{cases}(x-a)/(b-a), & a\le x<b\\ 1 \quad , & b\le x\le c\\ (d-x)/(d-c), & c<x\le d\\ 0 \quad , & x<a \text{ dan } x>d\end{cases} \tag{2}$$

Himpunan α-level bilangan *fuzzy trapezoidal* adalah

$$A_\alpha=[(b-a)\alpha+a,\, c-(c-b)\alpha] \tag{3}$$

Fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas adalah:

$$\mu_{\bar{A}}(x;a,b,c,d)=\begin{cases}0 \quad , & -\infty<x\le a,\\ 1-\left(\dfrac{x-b}{a-b}\right)^2 , & a\le x\le b,\\ 1 \quad , & b\le x\le c;\\ 1-\left(\dfrac{x-c}{d-c}\right)^2 , & c\le x\le d,\\ 0 \quad , & d\le x<+\infty,\end{cases} \tag{4}$$

Himpunan α-level bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas adalah

$$A_\alpha=[(a-b)\sqrt{(1-\alpha)}+b,\,(d-c)\sqrt{(1-\alpha)}+c] \tag{5}$$

Untuk menentukan solusi optimal persamaan (1) maka parameter-parameter *fuzzy* diasumsikan sebagai bilangan *fuzzy trapezoidal* yaitu bilangan *fuzzy* $\bar{p}$ dengan fungsi keanggotannya $\mu_{\bar{p}}(p)$ yang dinyatakan dengan

$$\mu_{\bar{p}_i}(p_i)=\begin{cases}0 \quad , & -\infty<p_i<p_i^1,\\ \dfrac{p_i-p_i^1}{p_i^2-p_i^1}, & p_i^1\le p_i\le p_i^2,\\ 1 \quad , & p_i^2\le p_i\le p_i^3,\\ \dfrac{p_i^4-p_i}{p_i^4-p_i^3}, & p_i^3\le p_i\le p_i^4,\\ 0 \quad , & p_i^4\le p_i<+\infty,\end{cases} \tag{6}$$

dan bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas yaitu bilangan *fuzzy* $\bar{p}$ dengan fungsi keanggotannya $\mu_{\bar{p}}(p)$ yang dinyatakan dengan

$$\mu_{\bar{p}_i}(p_i)=\begin{cases}0 \quad , & -\infty<p_i<p_i^1,\\ 1-\left(\dfrac{p_i-p_i^2}{p_i^1-p_i^2}\right)^2 , & p_i^1\le p_i\le p_i^2,\\ 1 \quad , & p_i^2\le p_i\le p_i^3,\\ 1-\left(\dfrac{p_i-p_i^3}{p_i^4-p_i^3}\right)^2 , & p_i^3\le p_i\le p_i^4,\\ 0 \quad , & p_i^4\le p_i<+\infty,\end{cases} \tag{7}$$

Definisi 1. Himpunan α-level bilangan *fuzzy* $\bar{a}_i$ $(i=1,\ldots,k)$ adalah didefinisikan sebagai himpunan biasa $L_\alpha(\bar{a})$ dengan degree dari fungsi keanggotaannya lebih besar atau sama dengan level α, yaitu (Ammar dan Sakawa)

$$L_\alpha(\bar{a})=\{a \mid \mu_{\bar{a}_i}\ge\alpha, i=1,2,\ldots,k\}. \tag{8}$$

Selanjutnya dengan diperolehnya bilangan *fuzzy* $\bar{a}_i$, maka persamaan (1) dapat diformulasikan menjadi permasalahan MONLP tidak-*fuzzy* (α-MONLP), yaitu

$$\left.\begin{array}{ll} \min & f_i(x,a) = (f_1(x,a_1),\ f_2(x,a_2),\ \ldots,\ f_k(x,a_k)) \\ s.t. & x \in X(b) = \{x \in R^n \mid g_j(x,b_j) \le 0,\ j = 1, \ldots, m\}, \\ & a \in L_\alpha(\bar{a}). \end{array}\right\} \quad (9)$$

Solusi optimal dari persamaan (9) untuk degree α tertentu, dinamakan solusi optimal α-*pareto*, sebagaimana yang didefinisikan berikut.

Definisi 2. $\bar{x} \in X(b)$ dikatakan solusi optimal α-*pareto* pada permasalahan α-MONLP jika dan hanya jika tidak ada selain $x \in X(b)$, $a \in L_\alpha(\bar{a})$ sedemikian sehingga $f_i(x, a_i) \le f_i(\bar{x}, \bar{a}_i)$, dimana nilai dari parameter $\bar{a}$ dikatakan parameter optimal α-level (Kassem, Osman dan El-Banna).

Untuk menentukan solusi optimal digunakan pendekatan metode bobot yaitu

$$\left.\begin{array}{ll} \min & \sum_{i=1}^{k} w_i f_i(x,a_i) \\ s.t. & x \in X(b), a \in L_\alpha(\bar{a}) \end{array}\right\} \quad (10)$$

dimana $w_i \ge 0$, $i = 1,\ldots,k$; adalah himpunan bobot dengan $\sum_{i=1}^{k} w_i = 1$.

Himpunan bobot ditentukan berdasarkan solusi *compromise*, yaitu menentukan nilai minimum dan maksimum dari setiap fungsi tujuan, dengan $\alpha = 0$ untuk nilai minimum dan $\alpha = 1$ untuk nilai maksimum, yang dinyatakan dengan

$$\left.\begin{array}{ll} \min & f_i(x, a_i) \\ s.t. & x \in X(b) \\ & \mu_{\bar{a}_i}(a_i) = 0. \end{array}\right\} \quad (11)$$

dan

$$\left.\begin{array}{ll} \max & f_i(x, a_i) \\ s.t. & x \in X(b) \\ & \mu_{\bar{a}_i}(a_i) = 1. \end{array}\right\} \quad (12)$$

Berdasarkan persamaan (11) dan (12) maka himpunan bobot pada (10) adalah

$$w_i = \frac{f_i^{\max} - f_i^{\min}}{\sum_{i=1}^{k} (f_i^{\max} - f_i^{\min})} \quad (13)$$

Selanjutnya nilai w_i, $i = 1, \ldots, k$; disubstitusikan pada persamaan (10). Dengan menyelesaikan permasalahan pada persamaan (10), maka diperoleh solusi optimal.

KESIMPULAN

a. Pemakaian bilangan *fuzzy trapezoidal* yang diperluas untuk nilai α yang sama ($\alpha \in (0, 1)$) memberikan hasil solusi yang optimal dari permasalahan program tak-linier multi-objektif dengan fungsi tujuan parameter *fuzzy*, bila dibandingkan dengan menggunakan bilangan *fuzzy trapezoidal*.
b. Solusi optimal yang diharapkan bergantung pada pemilihan nilai $\alpha \in (0, 1)$, jika nilai α semakin kecil (mendekati 0) maka akan diperoleh solusi yang lebih optimal.
c. Solusi optimal yang diharapkan juga bergantung pada penentuan bilangan *fuzzy trapezoidal* "disekitar m" atau "kira-kira m", yaitu m_1 ($m - b = c - m = b - a = d - c$) dan nilai $\alpha \in (0, 1)$, yaitu jika jarak m_1 semakin kecil dan nilai α mendekati 0 akan diperoleh solusi yang lebih optimal.

DAFTAR PUSTAKA

Ammar, E.I. 1997. Stability of Multiobjective NLP Problems with Fuzzy Parameters in the Objective and Constraints Functions. *Fuzzy Sets and Systems,* 109: 225–234.

Kassem, MAE. 1995. Interactive Stability of Multiobjective Nonlinear Programming Problems with Fuzzy Parameters in the Constraints. *Fuzzy Sets and Systems*, 73: 235-243.

Osman, M.S. and El-Banna. 1993. Stability of Multiobjective Nonlinear Programming Problems with Fuzzy Parameters, *Mathematics and Computers in Simulation*, 35: 321–326.

Sakawa, M. 1993. *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization*. Plenum, New York.

Wang, Li-Xin. 1997. *A Course in Fuzzy Systems and Control*, Prentice-Hall, New Jersey.