CADANGAN PROSPEKTIF ASURANSI JIWA DWIGUNA DENGAN ASUMSI SERAGAM

Rosalina Margaretta[1*], Hasriati[2], Harison[2]

[1]Mahasiswa Program S1 Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Univeritas Riau
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*rosalinamargaretta@yahoo.com

ABSTRACT

This article discusses the calculation of the prospective reserve of an endowment life insurance with uniform assumption for individual life status. The uniform assumption is an assumption that takes the uniform distribution for the probability density function, hence it can be used in a reserve premium calculation. The reserve premium available in life insurance company is influenced by how big the premium is paid by an insurance client.

Keywords: *endowment life insurance, prospective reserve, uniform assumption*

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang perhitungan besarnya cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna dengan menggunakan asumsi seragam untuk status hidup perorangan. Asumsi seragam merupakan suatu asumsi yang menggunakan fungsi kepadatan peluang dari distribusi seragam, sehingga dapat digunakan dalam perhitungan cadangan premi. Cadangan premi yang ada pada perusahaan asuransi jiwa dipengaruhi oleh besarnya premi yang dibayarkan oleh peserta asuransi.

Kata kunci : asuransi jiwa dwiguna, asumsi seragam, cadangan prospektif

1. PENDAHULUAN

Pada umumnya dalam menjalankan bisnis asuransi jiwa sering terjadi klaim tak terduga dari pihak tertanggung. Klaim tersebut disebabkan oleh banyak faktor seperti tertanggung meninggal, mengalami kecelakaan dan sebagainya. Jika terjadi klaim, maka pihak asuransi harus membayar uang pertanggungan kepada ahli waris dari tertanggung sesuai kontrak yang telah disepakati. Oleh sebab itu, diperlukan suatu dana cadangan bagi perusahaan asuransi. Menurut Futami [3], biasanya di pertengahan jangka pertanggungan pendapatan yang diperoleh lebih besar daripada pengeluaran. Selisih yang diperoleh ini merupakan cadangan perusahaan. Pada artikel ini, asuransi yang digunakan adalah asuransi jiwa dwiguna. Asuransi jiwa dwiguna adalah suatu jenis asuransi yang merupakan gabungan dari asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka yang berarti dalam maupun saat berakhirnya masa pertanggungan kepada pemegang polis, baik meninggal maupun bertahan hidup akan dibayarkan uang pertanggungan [3].

Salah satunya, uang pertanggungan tersebut diperoleh dari pihak tertanggung yang wajib membayarkan premi setiap periode sampai jangka waktu kontrak berakhir sesuai kesepakatan kedua belah pihak. Premi merupakan sejumlah uang yang diberikan oleh peserta asuransi kepada perusahaan asuransi sebagai imbalan pengalihan resiko yang diberikan oleh perusahaan asuransi.

Premi yang dibayarkan secara berkala, misalnya tiap tahun disebut dengan premi tahunan. Besar pembayaran premi tahunan dipengaruhi oleh premi tunggal dan anuitas. Pembayaran premi asuransi yang dilakukan pada waktu kontrak asuransi disetujui, selanjutnya tidak ada pembayaran lagi disebut dengan premi tunggal. Sedangkan anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan lama waktu tertentu secara berkelanjutan. Anuitas yang digunakan adalah anuitas hidup secara kontinu yang mana pembayaran anuitasnya dilakukan secara berkelanjutan.

Cadangan pada perusahaan asuransi sangat diperlukan sebagai besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam jangka waktu pertanggungan. Perhitungan cadangan terbagi menjadi dua perhitungan yaitu perhitungan cadangan dengan cara melihat keadaan yang akan datang disebut dengan cadangan prospektif dan perhitungan cadangan dengan melihat keadaan yang telah terjadi di masa lalu disebut dengan cadangan retrospektif. Cadangan yang digunakan adalah cadangan prospektif

Dari penjelasan sebelumnya, pada artikel ini penulis meneruskan pembahasan dari buku Bowers [1] dengan menggunakan asumsi seragam dengan judul "Cadangan Prospektif Asuransi Jiwa Dwiguna Dengan Asumsi Seragam". Asumsi seragam menyatakan bahwa peluang meninggal untuk peserta asuransi di setiap waktu itu sama. Dengan menggunakan fungsi kepadatan peluang dari distribusi seragam, dapat ditentukan kaitannya dalam perhitungan premi dan anuitas.

2. PELUANG MENINGGAL TERTUNDA DENGAN ASUMSI SERAGAM

Pada bagian ini dibahas mengenai peluang meninggal tertunda dengan asumsi seragam yang diberikan oleh [2].

Dalam aktuaria, asumsi seragam merupakan interpolasi linier pada interval $(x, x+1)$ dengan x merupakan bilangan bulat dan $0 \leq t \leq 1$, sehingga dinyatakan sebagai berikut

$$l_{x+t} = (1-t)l_x + tl_{x+1} \tag{1}$$

Dari persamaan (1), dapat diperoleh peluang meninggal dari seseorang yang berusia x tahun yang akan meninggal di t tahun berikutnya yaitu

$${}_tq_x = tq_x \tag{2}$$

Kemudian, dengan mensubstiusikan persamaan (2) ke persamaan (3) diperoleh peluang hidup dari seseorang yang berusia x tahun hingga t tahun berikutnya yang dinyatakan

$$ {}_tp_x + {}_tq_x = 1 \tag{3}$$

$$ {}_tp_x = 1 - tq_x $$

Berdasarkan [5], percepatan mortalita dari seseorang yang berusia $x + t$ tahun hingga t tahun berikutnya dengan asumsi seragam adalah

$$\mu_{x+t} = \frac{q_x}{1 - tq_x} \tag{4}$$

Sehingga, diperoleh hubungan antara peluang hidup dan percepatan mortalita dengan peluang meninggal sebagai berikut

$$q_x = {}_tp_x \mu_{x+t} \tag{5}$$

3. CADANGAN PROSPEKTIF DENGAN ASUMSI SERAGAM

Sebelum membahas cadangan terlebih dahulu dibahas mengenai premi tunggal, anuitas, dan premi tahunan pada asuransi jiwa dwiguna. Premi tungggal pada asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan dari premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni dan premi tunggal asuransi jiwa berjangka.

Untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka pertanggungan selama n tahun, dimana ${}_np_x$ menyatakan peluang peserta asuransi dapat hidup hingga n tahun kemudian, maka premi tunggal asuransi jiwa dwiguna murni dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun sebesar 1 satuan pembayaran dinyatakan sebagai

$$A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}} = v^n \, {}_np_x \tag{6}$$

Dengan v merupakan faktor diskon yang dinyatakan sebagai

$$v = \frac{1}{1 + i}$$

Selanjutnya, untuk premi tunggal asuransi jiwa berjangka bagi peserta asuransi yang berusia x tahun, dimana ${}_{t|}q_x$ menyatakan peluang meninggal tertunda seseorang yang berusia x tahun, maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun dan uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran dinyatakan dengan

$$A_{x:\overline{n|}}^{1} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} \ {}_{t|}q_x \quad (7)$$

Sedangkan, untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka pertanggungan selama n tahun, dimana ${}_tp_x$ menyatakan peluang hidup seseorang yang berusia x tahun hingga t tahun, maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka kontinu dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun sebesar 1 satuan pembayaran dinyatakan dengan

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}}^{1} = \int_0^n e^{-\delta t} \ {}_tp_x \ \mu(x+t)dt \quad (8)$$

Dengan δ merupakan percepatan pembungaan yang dinyatakan sebagai

$$\delta = \ln 1 + i$$

Menurut [1], premi tunggal asuransi jiwa dwiguna kontinu untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dapat dinyatakan

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}} = \bar{A}_{x:\overline{n|}}^{1} + A_{x:\overline{n|}}^{\ \ \ 1} \quad (9)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) dan (6) ke persamaan (9), diperoleh

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}} = \int_0^n e^{-\delta t} \ {}_tp_x \ \mu(x+t)dt + v^n \ {}_np_x$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \int_k^{k+1} e^{-\delta t} \ {}_tp_x \mu(x+t)dt + v^n \ {}_np_x$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} {}_kp_x v^{k+1} \int_0^1 e^{(1-s)\delta} \ {}_sp_{x+k} \mu(x+k+s)ds + v^n \ {}_np_x \quad (10)$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (5) ke persamaan (10) dapat diperoleh sebagai berikut

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} {}_kp_x q_{x+k} v^{k+1} \int_0^1 e^{(1-s)\delta} ds + v^n \ {}_np_x$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} \ {}_{k|}q_x \left[\frac{-e^{(1-s)\delta}}{\delta}\right]_0^1 + v^n \ {}_np_x$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_{k|}q_x \left(\frac{e^{\delta}-1}{\delta}\right) + v^n\ {}_{n}p_x$$

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{i}{\delta}\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1}\ {}_{k|}q_x + v^n\ {}_{n}p_x$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (7) dan (6), dapat diperoleh premi tunggal asuransi jiwa dwiguna kontinu dengan asumsi seragam dari peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan asuransi selama n tahun sebagai berikut

$$\bar{A}_{x:\overline{n}|} = \frac{iA^{1}_{x:\overline{n}|}}{\delta} + A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} \tag{11}$$

Dengan menggunakan persamaan (11), untuk peserta asuransi jiwa yang berusia $(x+t)$, maka dapat dinyatakan dengan

$$\bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} = \frac{iA^{1}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\delta} + A_{x+t:\overset{1}{\overline{n-t}|}} \tag{12}$$

Anuitas hidup secara kontinu merupakan serangkaian pembayaran yang dilakukan selama jangka waktu tertentu yang dilakukan secara berkelanjutan dengan syarat peserta asuransi masih hidup dan uang pertanggungannya dibayarkan segera. Dengan $\bar{A}_{x:\overline{n}|}$ adalah premi tungggal peserta asuransi jiwa dwiguna, dan δ menyatakan percepatan pembungaan, sehingga anuitas hidup kontinu dinyatakan

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{1-\bar{A}_{x:\overline{n}|}}{\delta} \tag{13}$$

Untuk peserta asuransi jiwa yang berusia $(x+t)$ tahun, maka dapat diyatakan

$$\bar{a}_{x+t:\overline{n-t}|} = \frac{1-\bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|}}{\delta} \tag{14}$$

Kemudian, dengan mensubstitusikan persamaan (11) ke persamaan (13) dapat ditentukan anuitas hidup kontinu dengan asumsi seragam sebagai berikut

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{\left(1-A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}\right)\delta - iA^{1}_{x:\overline{n}|}}{\delta^2} \tag{15}$$

Untuk jangka waktu pertanggungan $n-t$ tahun dan usia peserta asuransi $x+t$ tahun, dinyatakan

$$\bar{a}_{x+t:\overline{n-t|}} = \frac{\left(1 - A_{x+t:\overset{1}{\overline{n-t|}}}\right)\delta - iA^{\,1}_{x+t:\overline{n-t|}}}{\delta^2} \tag{16}$$

Menurut [4], $\bar{A}_{x:\overline{n|}}$ menyatakan premi tunggal asuransi jiwa dwiguna dari peserta asuransi yang berusia x tahun dengan masa pertanggungan asuransi selama n tahun dan $\bar{a}_{x:\overline{n|}}$ menyatakan anuitas hidup kontinu dari peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pembayaran n tahun, maka besarnya premi tahunan pada asuransi jiwa dwiguna dengan uang pertanggungan sebesar R dinyatakan dengan

$$\bar{P}_{x:\overline{n|}} = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n|}}}{\bar{a}_{x:\overline{n|}}}R \tag{17}$$

Kemudian, substitusikan persamaan (11) dan (15) ke persamaan (17), diperoleh premi tahunan asuransi jiwa dwiguna dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dan uang pertanggungan dibayarkan segera dari peserta asuransi yang berusia x tahun dengan asumsi seragam yaitu

$$\bar{P}_{x:\overline{n|}} = \delta R\left(-1 + \frac{\delta}{\delta(1 - A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}) - iA^{1}_{x:\overline{n|}}}\right). \tag{18}$$

Setelah itu, dapat ditentukan cadangan perusahaan asuransi jwa dwiguna dengan melihat keadaan di masa akan datang yang disebut dengan cadangan prospektif.

Dari buku Futami [3], cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna dengan uang pertanggungan dibayarkan segera pada akhir tahun ke-t, dengan $0 \leq t \leq n$, dinyatakan dengan

$${}_t\bar{V}_{x:\overline{n|}} = R\bar{A}_{x+t:\overline{n-t|}} - \bar{P}_{x:\overline{n|}}\bar{a}_{x+t:\overline{n-t|}} \tag{19}$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (12), (18), dan (16) kepersamaan (19), dapat diperoleh cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna dengan uang pertanggungan dibayarkan segera dengan asumsi seragam yang dinyatakan sebagai berikut

$${}_t\bar{V}_{x:\overline{n|}} = R\,\frac{iA^{\,1}_{x+t:\overline{n-t|}}}{\delta} + A_{x+t:\overset{1}{\overline{n-t|}}} - \delta R\left(-1 + \frac{\delta}{\delta\left(1 - A_{x:\overset{1}{\overline{n|}}}\right) - iA^{1}_{x:\overline{n|}}}\right) \left(\frac{\left(1 - A_{x+t:\overset{1}{\overline{n-t|}}}\right)\delta - iA^{\,1}_{x+t:\overline{n-t|}}}{\delta^2}\right) \tag{20}$$

4. CONTOH

Nyonya Angel yang berusia 30 tahun mengikuti program asuransi jiwa dwiguna dengan jangka waktu perjanjian 10 tahun. Nyonya Angel berharap mendapatkan santunan sebesar Rp20.000.000,- yang dibayarkan pada awal tahun polis dengan tingkat bunga 8% untuk 5 tahun yang akan datang. Maka, dengan menggunakan asumsi seragam, akan ditentukan

a. Besar premi yang harus dibayar setiap tahunnya oleh Nyonya Angel
b. Cadangan yang diperoleh selama 5 tahun yang akan datang dengan jangka waktu perjanjian 10 tahun

Diketahui usia Nyonya Angel $x = 30$ tahun, jangka waktu pertanggungan $n = 10$ tahun, tingkat bunga $i = 8\%$, waktu perjanjian $t = 5$ tahun, dan uang pertanggungan sebesar $R = Rp. 20.000.000,00$

a. Sebelum menentukan premi tahunan, terlebih dahulu akan ditentukan faktor diskon dengan tingkat bunga sebesar 8% yang diperoleh sebesar

$$v = 0,9260,$$

dengan tingkat bunga yang sama, maka percepatan pembungaannya diperoleh

$$\delta = 0,0770$$

Kemudian, substitusikan nilai dari faktor diskon dan percepatan pembungaan kepersamaan (12), sehingga diperoleh sebagai berikut

$$\bar{A}_{35:\bar{5}|} = \frac{i}{0,0770}(v \ {}_{0}|q_{35} + v^2 \ {}_{1}|q_{35} + ... + v^5 \ {}_{4}|q_{35}) + v^5 \ {}_{5}P_{35}$$

$$\bar{A}_{35:\bar{5}|} = 0,6820$$

Sehingga, diperoleh premi tunggal untuk peserta asuransi yang berusia $x + t$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama $n - t$ tahun adalah $0,6820$.

Kemudian, substitusikan nilai dari premi tunggal peserta asuransi yang berusia $x + t$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama $n - t$ ke persamaan (14), maka anuitas hidup kontinunya adalah

$$\bar{a}_{35:\bar{5}|} = \frac{1 - 0,6820}{\delta}$$

$$\bar{a}_{35:\bar{5}|} = 4,1300$$

Sebelum mencari premi tahunan, terlebih dahulu dicari juga premi tunggal dan anuitas hidup kontinu untuk peserta yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun sebagai berikut

$$\bar{\mathrm{A}}_{30:10} = \frac{\mathrm{i}}{0{,}0770}(\mathrm{v}\ {}_{0}|\mathrm{q}_{30} + \mathrm{v}^{2}\ {}_{1}|\mathrm{q}_{30} + \mathrm{v}^{3}\ {}_{2}|\mathrm{q}_{30} + \ldots + \mathrm{v}^{10}\ {}_{9}|\mathrm{q}_{30}) + \mathrm{v}^{10}\ {}_{10}\mathrm{P}_{30}$$

$$\bar{\mathrm{A}}_{30:10} = 0{,}4662$$

Dengan mensubstitusikan nilai dari premi tunggal peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun ke persamaan (13), maka anuitas hidup kontinu diperoleh sebagai berikut

$$\bar{a}_{30:\overline{10|}} = \frac{1 - 0{,}4662}{\delta}$$

$$\bar{a}_{30:\overline{10|}} = 6{,}9325$$

Kemudian, substitusikan hasil dari premi tunggal dan anuitas hidup kontinu peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu perjanjian n tahun ke persamaan (17), maka premi tahunan bagi peserta asuransi jiwa yang berusia x tahun dengan jangka waktu perjanjian n tahun diperoleh

$$\bar{\mathrm{P}}_{30:\overline{10|}} = \frac{0{,}4662}{6{,}9325}\mathrm{Rp.}\,20.000.000{,}00$$

$$\bar{\mathrm{P}}_{30:\overline{10|}} = \mathrm{Rp}1.344.969{,}35$$

Jadi, besarnya premi yang harus dibayar setiap tahunnya oleh Nyonya Angel adalah sebesar Rp1.344.969,35

b. Cadangan yang diperoleh perusahaan asuransi jiwa dwiguna tiap tahunnya

Substitusikan hasil yang diperoleh dari premi tunggal, anuitas dan premi tahunan ke persamaan (20), sehingga diperoleh cadangannya sebesar

$${}_{5}\bar{\mathrm{V}}_{30:\overline{10|}} = \mathrm{Rp.}\,20.000.000{,}00 \times 0{,}6820 - \mathrm{Rp}1.344.969{,}35 \times 6{,}9325$$

$${}_{5}\bar{\mathrm{V}}_{30:\overline{10|}} = \mathrm{Rp.}4.315.999{,}98$$

Jadi, cadangan yang diperoleh oleh perusahaan asuransi jiwa dwiguna selama 5 tahun yang akan datang dengan jangka waktu perjanjian 10 tahun adalah sebesar Rp.4.315.999,98

5. KESIMPULAN

Perhitungan cadangan prospektif dengan menggunakan asumsi seragam memperhatikan peluang hidup dan peluang meninggal dari peserta asuransi, tingkat bunga, faktor diskon serta besarnya uang pertangungan. Nilai premi tunggal dan premi tahunan berdasarkan asumsi seragam lebih besar dibandingkan dengan tidak menggunakan asumsi seragam, karena dipengaruhi oleh tingkat bunga dan percepatan pembungaan. Sedangkan dengan tidak menggunakan asumsi seragam, nilai anuitas hidup secara kontinu lebih kecil dibandingkan dengan menggunakan asumsi seragam. Hal ini dikarenakan pengaruh dari premi tunggal asuransi jiwa berjangka.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bowers, N. L., H. U. Gerber, J. C. Hickman, D. A. Jones, & C. J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America.

[2] Dickson, D. C. M., M. R. Hardy, & H. R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks.* Cambridge University Pres, Cambridge.

[3] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa*, *Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan (“92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.

[4] Menge, W. O. & C. H. Fischer. 1985. *The Mathematics of Life Insurance*.

[5] Batten, R. W. 2009. *Life Contingencies, A Logical Approach to Actuarial Mathematics*, *2009 Edition*. ACTEX Publications, Inc. United State of America.