

# Pemodelan Distribusi untuk Data Pencemaran Udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru

Ari Pani Desvina<sup>1</sup>, Corry Corazon Marzuki<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Jurusan Matematika, UIN Sultan Syarif Kasim Riau

<sup>1</sup>)email: aripanidesvina@gmail.com

## Abstrak

Pencemaran udara merupakan salah satu masalah yang mulai meresahkan masyarakat, terutama di perkotaan. Peristiwa kebakaran hutan merupakan salah satu peristiwa yang banyak terjadi di wilayah Indonesia, yang berdampak negatif terhadap penduduk Indonesia dan negara tetangga. Fenomena kebakaran hutan pada umumnya terjadi seiring dengan pergeseran musim kearah kemarau dan dapat terjadi di daerah yang rawan kebakaran hutan. Oleh karena itu, perlu diketahui model distribusi pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru. Penelitian ini bertujuan mendapatkan model distribusi data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru tahun 2012. Data yang digunakan adalah data harian kepekatan *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru tahun 2012. Adapun distribusi yang digunakan adalah distribusi eksponensial, distribusi gamma, distribusi *generalized extreme value* (GEV), distribusi lognormal, distribusi pareto, dan distribusi Weibull. Dari keenam distribusi tersebut, dipilih distribusi yang paling sesuai untuk memodelkan data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru tahun 2012 dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dan Anderson-Darling. Hasil analisis pada penelitian ini mendapatkan model yang sesuai untuk data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru tahun 2012 adalah distribusi *generalized extreme value* (GEV).

**Kata kunci:** *Generalized extreme value, Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling*

## 1 Pendahuluan

Udara merupakan faktor yang penting dalam kehidupan, namun dengan meningkatnya pembangunan fisik kota dan pusat-pusat industri, kualitas udara telah mengalami perubahan. Udara yang dulunya segar kini kering dan kotor. Perubahan lingkungan pada umumnya disebabkan pencemaran udara, yaitu masuknya zat pencemar ke dalam udara [3]. Pencemaran udara berasal dari pelepasan asap kotor oleh industri, kendaraan,



pembakaran terbuka dan lain-lain. Menurut WHO, setiap tahun diperkirakan terdapat 200 ribu kematian diakibatkan *outdoor pollution* yang menimpa daerah perkotaan, dimana 93% kasus terjadi di Negara berkembang [3].

Pencemaran udara dapat mengakibatkan berbagai penyakit kepada manusia seperti penyakit kekejangan, paru-paru, asma dan anemia. Gas-gas pencemar udara yang utama adalah karbon monoksida, karbon dioksida, nitrogen oksida, nitrogen dioksida, *particulate matter* dan sebagainya. *Particulate Matter* terdiri dari bentuk padat dan cair yang tersebar luas di udara yang lebih besar dari molekul tunggal tetapi lebih kecil dari  $500 \mu\text{m}$ . PM10 ialah abu atau debu yang berdiameter kurang dari  $10 \mu\text{m}$  yang mampu memberi efek yang serius terhadap resiko kesehatan manusia berbanding dengan partikel-partikel yang lebih besar yang umumnya terbentuk dari sumber tidak bergerak seperti kendaraan (ekzos kendaraan) [11].

Dalam penelitian di Utah Valley oleh Roemer pada tahun 1993, ditemukan hubungan antara tingkat PM10 tinggi dengan penurunan fungsi paru-paru. Penelitian oleh Schwartz pada tahun 1996 yang dilakukan di Seattle, Washington, menunjukkan adanya peningkatan jumlah pasien penderita asma akibat polusi udara PM-10 di ruang unit gawat darurat. Penelitian Atkinson tahun 1999 di Inggris juga menunjukkan adanya peningkatan jumlah pasien penyakit pernapasan dan kardiovaskular akibat pencemaran udara oleh PM10.

Secara historis, telah banyak terjadi kematian akibat kanker paru-paru yang disebabkan oleh polusi udara PM10 seperti yang terjadi di Belgia (1930), Pennsylvania (1948), London (1952), New York (1953), dan London (1962), dimana jumlah kematian disebabkan oleh polusi udara masing-masing adalah 63, 20, 4000, 200 dan 700 jiwa.

Dampak lain dari pencemaran udara adalah penipisan lapisan ozon, asap, hujan asam dan pemanasan bumi [3]. Selain itu, abu, asap, kabut, uap atau bahan-bahan lain yang dihasilkan oleh pencemaran udara dapat menghalangi penglihatan mata. Selain pada manusia, dampak negative juga terjadi pada tumbuhan dan hewan. Dampak pada tumbuhan yaitu menyebabkan pertumbuhan tanaman terhambat, hal ini disebabkan oleh terhalangnya cahaya matahari untuk sampai ke daun sehingga proses fotosintesis berkurang dan kadar pengambilan karbon dioksida jadi berkurang. Pada hewan dapat menyebabkan gangguan pada system pernapasan hewan. Hewan yang memakan rumput dan daun yang tercemar fluorid akan menyebabkan bentuk tulang yang tidak normal [11].

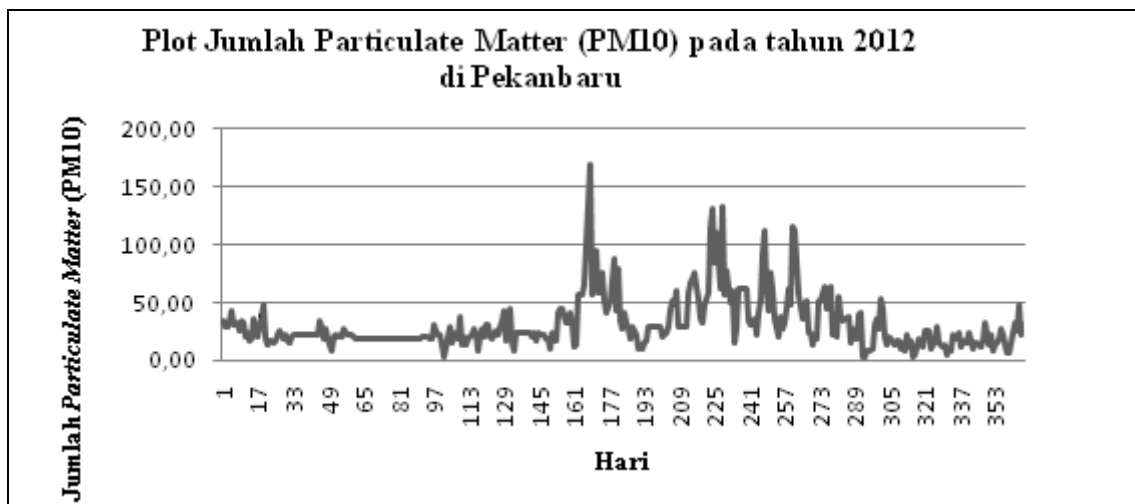
Beberapa model matematika telah banyak digunakan oleh peneliti untuk mengetahui pola pergerakan dari data pencemaran udara. Dalam penulisan ini data yang dimaksud adalah data pencemaran udara dengan parameter *Particulate Matter* (PM10) tahun 2012 di Pekanbaru. Beberapa fungsi distribusi yang digunakan dalam penulisan ini adalah distribusi eksponensial, distribusi gamma, distribusi *generalized extreme value* (GEV), distribusi lognormal, distribusi pareto, dan distribusi Weibull.



Mengingat pentingnya mengetahui pola pergerakan data pencemaran udara di Pekanbaru, maka penelitian ini mencoba memberikan suatu model statistik yang sesuai untuk data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Pekanbaru dengan menggunakan *fitting* distribusi.

## 2 Data Particulate Matter (PM10)

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di kota Pekanbaru yang diambil secara harian pada tahun 2012 yang berasal dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Pekanbaru. Gambar 1 menunjukkan plot data harian pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di kota Pekanbaru pada tahun 2012.



Gambar 1: Plot data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) data tahun 2012 di Kota Pekanbaru

## 3 Tinjauan Pustaka

### *Distribusi Eksponensial*

Distribusi eksponensial merupakan salah satu distribusi yang penting dalam studi survival. Pada tahun 1940 peneliti mulai memilih distribusi ini untuk menggambarkan pola hidup sistem elektronik. Epstein dan Sobel (1953) telah menunjukkan bagaimana menentukan parameter dari distribusi ini. Distribusi ini dikarakteristikan oleh  $\lambda$  sebagai parameter. Fungsi kepekatan peluang untuk distribusi eksponensial ini adalah

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (1)$$

Distribusi kumulatif untuk fungsi ini adalah:

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2)$$

dimana  $x \geq 0$  adalah data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) (dalam penelitian ini) dan  $\lambda > 0$  adalah parameter [8].



### Distribusi Gamma

Distribusi gamma telah digunakan oleh Brown dan Flood (1947) untuk menggambarkan perputaran gelas di kafetaria, dan pada tahun 1958 telah digunakan oleh Birnbaum dan Saunders untuk menentukan model statistic untuk data panjang material. Distribusi gamma ini dikarakteristikan oleh dua parameter, yaitu  $\gamma$  dan  $\lambda$ . Fungsi kepekatan peluang untuk distribusi ini diberikan oleh

$$f(x) = \frac{\lambda}{\Gamma(\gamma)} (\lambda x)^{\gamma-1} \exp(-\lambda x) \quad (3)$$

dengan distribusi kumulatifnya

$$F(x) = \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{\gamma-1} \frac{[\exp(-x/\lambda)]}{\lambda \Gamma(\gamma)} \quad (4)$$

dimana  $x \geq 0$  adalah data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) (dalam penelitian ini),  $\gamma > 0$  adalah shape parameter,  $\lambda > 0$  adalah *scale* parameter dan  $\Gamma(\gamma)$  adalah fungsi gamma [4].

### Distribusi Generalized Extreme Value

Distribusi extreme value diperkenalkan oleh Fisher dan Tippett (1928), dimana distribusi ini memaksimumkan sampel dari variabel acak. Untuk tujuan mengkombinasikan tiga tipe parameter dalam statistik digunakan distribusi generalized extreme value (GEV). Fungsi kepekatan peluang untuk distribusi ini adalah

$$f(x) = \exp \left[ - \left[ 1 - k \left( \frac{x-\lambda}{\delta} \right) \right]^{1/k} \right] \left[ 1 - k \left( \frac{x-\lambda}{\delta} \right) \right]^{\frac{1}{k}-1} \left( \frac{1}{\delta} \right); \text{ jika } k \neq 0 \quad (5)$$

$$f(x) = \exp \left[ - \exp \left( \frac{x-\lambda}{\delta} \right) \right] \exp \left( \frac{x-\lambda}{\delta} \right) \left( \frac{1}{\delta} \right); \text{ jika } k = 0 \quad (6)$$

Parameter distribusi ini adalah  $k$ ,  $\delta$  dan  $\lambda$ . Distribusi kumulatifnya adalah

$$F(x) = \exp \left[ - \left[ 1 - k \left( \frac{x-\lambda}{\delta} \right) \right]^{1/k} \right], k \neq 0 \quad (7)$$

$$F(x) = \exp \left[ - \exp \left[ - \left( \frac{x-\lambda}{\delta} \right) \right] \right], k = 0 \quad (8)$$

dimana  $x \geq 0$  adalah data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) (dalam penelitian ini),  $k > 0$  adalah shape parameter,  $\delta > 0$  adalah *scale* parameter, dan  $\lambda > 0$  adalah *location* parameter [6].

### Distribusi Lognormal

Distribusi lognormal banyak digunakan dalam berbagai bidang yaitu biologi, kesehatan, ekonomi dan industri. Distribusi lognormal dispesifikasikan dalam dua parameter yaitu  $\mu$  dan  $\sigma^2$ . Distribusi lognormal dua parameter ini dikembangkan lagi menjadi lognormal tiga parameter. Dalam studi ini menggunakan lognormal dua parameter, adapun fungsi kepekatan peluang distribusi ini adalah

$$f(x) = \left[ \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \right] \exp \left[ - \frac{1}{2\sigma^2} (\ln x - \mu)^2 \right] \quad (9)$$



dimana  $x \geq 0$  adalah data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) (dalam penelitian ini),  $\mu > 0$  adalah mean lognormal, dan  $\sigma > 0$  adalah deviasi standar lognormal [8].

### **Distribusi Weibull**

Distribusi Weibull dikembangkan dari distribusi eksponensial. Nama distribusi ini diambil dari nama Fisikawan Swedia yaitu W. Weibull, distribusi ini telah banyak digunakan dalam berbagai studi, seperti dalam studi angka kematian manusia. Distribusi Weibull ini dispesifikasikan dalam dua parameter yaitu  $\gamma$  dan  $\lambda$ . Fungsi kepekatan peluang dari distribusi ini adalah

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (10)$$

Dengan distribusi kumulatifnya

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right] \quad (11)$$

dimana  $x \geq 0$  adalah data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) (dalam penelitian ini),  $\beta > 0$  adalah shape parameter, dan  $\alpha > 0$  adalah *scale* parameter [10].

### **Distribusi Pareto**

Distribusi Pareto juga termasuk distribusi acak kontinu. Distribusi Pareto dicirikan oleh dua parameter yaitu  $\alpha$  dan  $k$  [7]. Fungsi kepekatan peluangnya diberikan oleh

$$f(x, \alpha, k) = \frac{\alpha k^\alpha}{x^{\alpha+1}}; \quad k \leq x < \infty; \quad \alpha, k > 0 \quad (12)$$

sedangkan fungsi distribusi kumulatifnya adalah

$$F(x, \alpha, k) = 1 - \left(\frac{k}{x}\right)^\alpha; \quad k \leq x < \infty; \quad \alpha, k > 0 \quad (13)$$

Parameter  $k$  dalam distribusi Pareto tidak perlu diturunkan dari fungsi *likelihood* dengan cara yang sama, karena parameter  $k$  merupakan nilai yang terkecil dari  $x_i$  pada data

penelitian. Oleh karena itu, nilai parameter  $k$  dapat diperoleh langsung dari data. Sehingga parameter  $k$  dapat ditulis sebagai berikut  $k = \min(x_i)$ .

### **Parameter Estimasi**

Parameter untuk semua model distribusi dilakukan dengan menggunakan *software* statistik S-Plus dan easyfit. Parameter untuk semua model distribusi ditentukan dengan menggunakan metode maksimum *likelihood* [8].

### **Metode Goodness of Fit**

Model distribusi yang paling sesuai untuk data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) ditentukan dengan menggunakan metode *goodness of fit*. Statistik Kolmogorov-Smirnov  $D_n$ , dan statistik Anderson-Darling AD adalah statistik nonparametrik yang dihitung berdasarkan fungsi distribusi kumulatif (cdf) dan fungsi kepekatan peluang (pdf) untuk



variabel kontinu. Dengan uji hipotesis apakah menolak  $H_0$ , terlebih dahulu ditentukan nilai  $p$ -value untuk statistik *goodness of fit* pada selang kepercayaan 95% dan  $p$ -value = 0.05. Jika nilai statistik  $D_n$  dan nilai statistik AD suatu distribusi bernilai minimum dari distribusi yang lain, maka distribusi tersebut adalah distribusi yang sesuai untuk data tersebut [9].

### 3 Hasil dan Pembahasan

#### *Statistik Deskriptif Data Pencemaran Udara oleh Particulate Matter*

Analisis deskriptif untuk data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di Kota Pekanbaru yang diambil secara harian pada tahun 2012 disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1: Statistik Deskriptif Data Pencemaran Udara oleh *Particulate Matter* (PM10)  $ug / m^3$

N	366
Rata-rata	31.895
Standar Deviasi	22.582
Nilai Minimum	3.79
Nilai Maksimum	169.29

Dari Tabel 1, dapat dilihat bahwa rata-rata jumlah *Particulate Matter* (PM10) pada tahun 2012 di kota Pekanbaru adalah  $31,895 \text{ ug} / m^3$  dengan standar deviasi  $22.582 \text{ ug} / m^3$ . Jumlah *Particulate Matter* (PM10) minimum yang pernah terjadi adalah  $3.79 \text{ ug} / m^3$ , yaitu pada tanggal 11 November 2012, sedangkan jumlah *Particulate Matter* (PM10) maksimum yang pernah terjadi adalah  $169.29 \text{ ug} / m^3$ , yaitu pada tanggal 16 Juni 2012.

#### *Estimasi Parameter*

Hasil estimasi parameter yang diperoleh untuk menentukan parameter setiap distribusi fungsi dapat ditunjukkan pada Tabel 2. Parameter ditentukan dengan menggunakan metode maksimum *likelihood*. Tabel 2 pada halaman berikut adalah parameter setiap distribusi yang digunakan untuk model data kepekatan *Particulate Matter* (PM10).

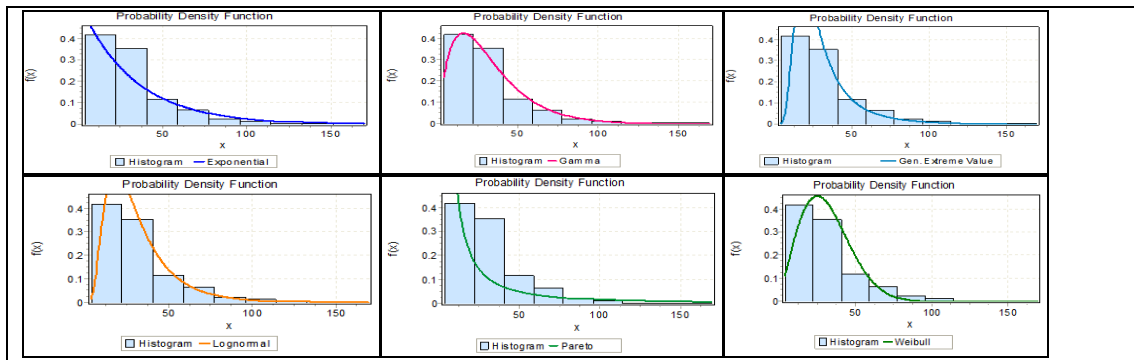
Tabel 2: Nilai Parameter untuk Model Distribusi

Distribusi	Parameter	Distribusi	Parameter
<b>Ekspensial</b>	$\lambda=0.03135$	<b>Lognormal</b>	$\mu = 3,2732$
<b>Gamma</b>	$\gamma = 1,995$		$\sigma = 0,60228$
	$\lambda = 15,988$	<b>Pareto</b>	$\alpha = 0,51525$
<b>Gen. Extreme Value</b>	$\lambda = 21,175$		$k = 3,79$
	$\delta = 10,798$	<b>Weibull</b>	$\alpha = 2,0121$
	$k = 0,29967$		$\beta = 34,879$





Plot pada Gambar 2 adalah plot fungsi kepekatan peluang untuk distribusi eksponensial, gamma, *generalized extreme value*, lognormal, Pareto dan Weibull. Berdasarkan plot tersebut dapat dilihat perbandingan antara masing-masing plot, dimana semua plot tersebut mempunyai *skewness* yang mengarah ke kanan untuk data kepekatan *Particulate Matter* (PM10).



Gambar 2: Plot Model Distribusi untuk Data Kepekatan *Particulate Matter* (PM10) di Kota Pekanbaru

Untuk melihat model distribusi yang paling sesuai di antara keenam distribusi tersebut untuk data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di kota Pekanbaru digunakan dua uji kebaikan (*goodness of fit*), yaitu uji Kolmogorov-Smirnov dan Anderson-Darling. Dengan bantuan software *Easyfit*, diperoleh hasil sebagaimana tertera dalam Tabel 3.

Tabel 3: Nilai Statistik Uji Kolmogorov-Smirnov dan Anderson-Darling untuk Semua Distribusi

Distribusi	Kolmogorov Smirnov		Anderson Darling	
	Statistik	Rank	Statistik	Rank
Exponential	0.26415	5	34.334	5
Gamma	0.13519	3	10.737	3
<b>Gen. Extreme Value</b>	<b>0.08204</b>	<b>1</b>	<b>2.5167</b>	<b>1</b>
Lognormal	0.10374	2	4.0499	2
Pareto	0.39655	6	85.075	6
Weibull	0.16461	4	14.095	4

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa nilai statistik uji Kolmogorov-Smirnov (nilai  $D$ ) dan statistik uji Anderson-Darling (nilai  $A^2$ ) terkecil adalah untuk distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa distribusi

yang paling sesuai untuk memodelkan data pencemaran udara oleh *Particulate Matter* (PM10) di kota Pekanbaru adalah distribusi distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV).

## Kesimpulan

Penelitian ini menentukan distribusi yang sesuai untuk data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) yang berasal dari Dinas Lingkungan Hidup Kota Pekanbaru secara harian pada tahun 2012. Dengan menggunakan enam model yaitu distribusi eksponensial, distribusi gamma, distribusi generalized extreme value, distribusi lognormal, distribusi Pareto dan distribusi Weibull. Model distribusi yang sesuai untuk data kepekatan *Particulate Matter* (PM10) ditentukan menggunakan metode *goodness of fit*. Sehingga model distribusi yang sesuai adalah model distribusi *generalized extreme value* jika dibandingkan dengan model distribusi yang lain.

**Ucapan Terima Kasih.** Terimakasih yang sebesar-besarnya kepada Kepala Dinas Lingkungan Hidup Kota Pekanbaru, yang telah memberi bantuan kepada peneliti untuk mendapatkan data pencemaran udara.

## Daftar Pustaka

- [1] Dan'azumi, Salisu, *et. al. Modeling the Distribution of Rainfall Intensity Using Hourly Data. American Journal of Environmental Sciences.* 2010. 6(3):238-243.
- [2] E Walpole, Ronald dan Raymond H Mayers. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan.* Bandung: ITB Bandung. 1989.
- [3] Godish, T. *Air Quality.* Edisi ke-3. New York: Lewis Publisher. 1997.
- [4] Husak, G. J., *et. al. Use of The Gamma Distribution to Represent Monthly Rainfall in Africa for Drought Monitoring Applications. International Journal of Climatology.* 2007. 27: 935-944.
- [5] J Dudewicz, Edward dan Satya N Mishra. *Modern Mathematical Statistics.* John Wiley and Sons, Inc. 1998.
- [6] Kotz, S., Saralees, N. *Extreme Value Distributions Theory and Applications.* Chapman & Hall/CRC. 2000.
- [7] Krishnamoorthy, K. *Handbook of Statistical Distributions with Applications.* Chapman & Hall/CRC. 2006.
- [8] Lee, E. T., Wang, J. W. *Statistical Methods for Survival Data Analysis.* 3<sup>nd</sup> ed. John Wiley & Son, Inc. 2003.
- [9] Thode, H. C. *Testing for Normality.* Marcel Dekker. Inc. 2002.
- [10] Rinne, H. *The Weibull Distribution A Handbook.* Chapman & Hall/CRC. 2009.
- [11] Zaini, U. *Pengenalan Pencemaran Udara.* Cetakan kedua. Kuala Lumpur: Dewan Bahasa dan Pustaka. 2000.

