$$\frac{m(-c)-0+n}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} \quad . \quad \frac{m(c)-0+n}{\sqrt{m^2+(-1)^2}} = b^2 \tag{18}$$

$$n^2 = m^2\,(\,b^2+c^2\,)+\,b^2.$$

Karena $b^2 + c^2 = a^2$ maka $n^2 = a^2m^2 + b^2$, sehingga

$$n = \pm\sqrt{a^2m^2+b^2}\,. \tag{19}$$

Substitusikan persamaan (19) kepersamaan (16), sehingga diperoleh

$$y = mx \pm\sqrt{a^2m^2+b^2}\;. \tag{20}$$

Untuk menentukan persamaan garis singgung elips pada pusat $P(p,q)$ dengan menggunakan transformasi, berarti x digeser sejauh p dan y sejauh b, pada Gambar 8 dapat diperlihatkan bahwa persamaannya menjadi

$$y-q = m(x-p) \pm\sqrt{a^2m^2+b^2} \tag{21}$$

Jadi persamaan (21) adalah persamaan garis singgung elips dengan gradien tertentu pada pusat (p,q).

Menentuan Persamaan Garis Singgung Melalui suatu Titik di Luar Elips

Untuk persamaan garis singgung melalui suatu titik di luar elips, tidak ada rumus khusus, hanya dengan memperhatikan Langkah1 dan Langkah 2, maka penulis menurunkan rumusnya, sebagai berikut:

Persamaan garis singgung dengan gradien m melalui titik $(\,x_1,y_1)$ adalah:

$$y = y_1 + m\,(x-x_1). \tag{22}$$

Persamaan (22) disubstitusikan ke dalam persamaan (1), sehingga:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{\left(y_1+m\,(x-x_1)\right)^2}{b^2} = 1.$$

$$(b^2+a^2m^2)x^2 + (2y_1ma^2 - 2x_1a^2m^2)x + a^2{y_1}^2$$
$$-2y_1mx_1a^2 + {x_1}^2a^2m^2 - a^2b^2 = 0.$$

Karena garis menyinggung elips, maka diskriminan sama dengan nol, sehingga

$$(2y_1ma^2 - 2x_1a^2m^2)^2$$
$$-4(b^2+a^2m^2)(a^2{y_1}^2 - 2y_1mx_1a^2 + {x_1}^2a^2m^2 - a^2b^2) = 0.$$

Dengan menggunakan rumus *abc*, diperoleh

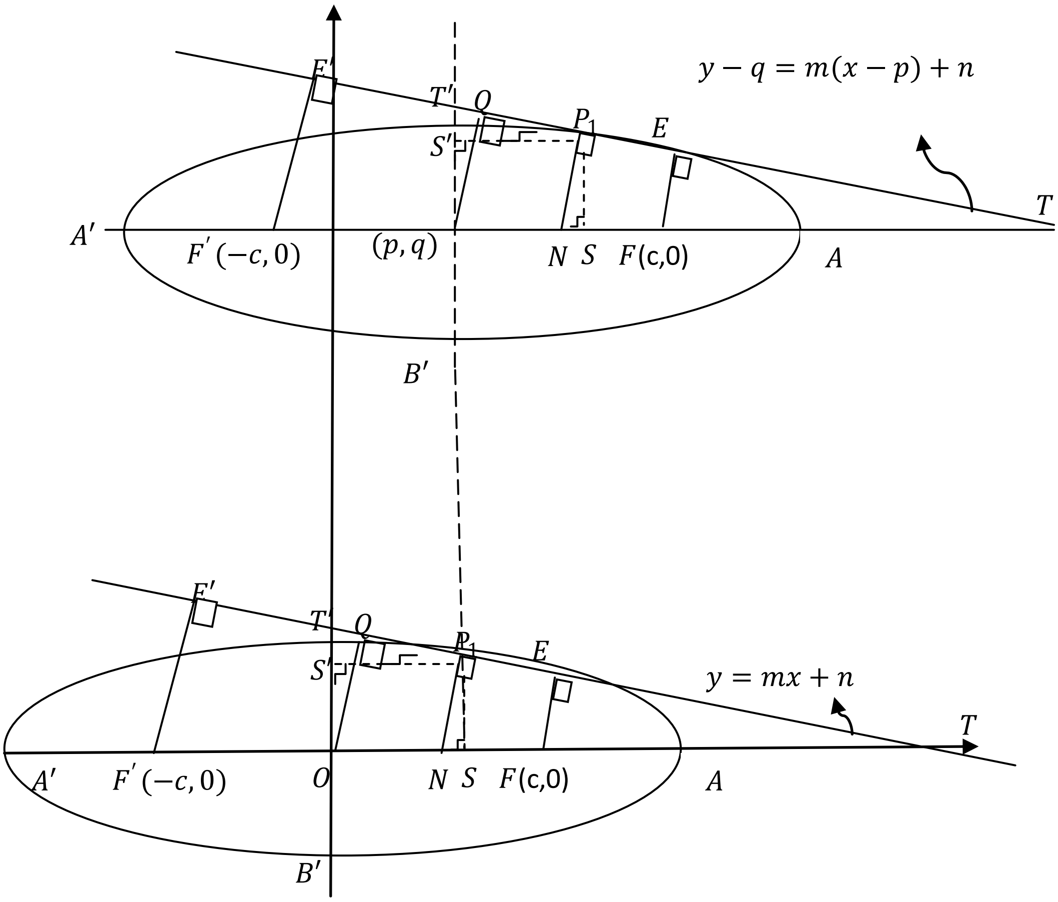
$$m_{1.2} = \frac{-2y_1x_1a^24b^2 \pm \sqrt{\left(2y_1x_1a^24b^2\right)^2 - 4\left(4a^2a^2b^2 - 4b^2{x_1}^2a^2\right)(4b^2a^2b^2 - 4b^2a^2{y_1}^2)}}{2\left(4a^2a^2b^2 - 4b^2{x_1}^2a^2\right)}.$$

$$m_{1.2} = \frac{-y_1x_1 \pm \sqrt{(a^2{y_1}^2 + b^2{x_1}^2 - a^2b^2)}}{(a^2-{x_1}^2)}.$$

Nilai $m_{1.2}$ disubstitusikan ke persamaan (22), maka diperoleh

$$y_{1.2} = \frac{-y_1x_1 \pm \sqrt{(a^2{y_1}^2 + b^2{x_1}^2 - a^2b^2)}}{(a^2-{x_1}^2)}(x-x_1) + \,y_1.$$

ISBN: 978-979-792-552-9



Gambar 8: Elips pada pusat $P(p, q)$ dengan gradien tertentu

Kesimpulan

Pada makalah ini sudah dibahas bagaimana menentukan persamaan garis singgung elips, dengan cara menggunakan gradien, dengan cara substitusi dan diskriminan kemudian menentukan garis singgung di luar elips.

Dengan adanya perubahan kurikulum, yang sekarang sudah memasuki Kurikulum 2013, pada dasarnya sangat menuntut para guru agar bisa berinovasi, kreatif, dan memberikan solusi yang terbaik untuk siswanya. Untuk itu, penulis mencoba mencari alternatif lain persamaan garis singgung elips, dengan cara pendekatan limit, dengan menggunakan rumus jarak titik terhadap garis. Ternyata untuk menentukan persamaan garis singgung elips dengan pusat $P(p, q)$, bila menggunakan transformasi yang artinya menggeser x sejauh p dan menggeser y sejauh q, akan jauh lebih mudah, cepat dan hasil dari rumusnya juga sama.

ISBN: 978-979-792-552-9

Daftar Pustaka

[1] Keisler, H. J. 2013, *Elementary Calculus*, www.math.wisc.edu//keisker/ calc.html.
[2] DeWalle, J. A. V. 2007. *Matematika Sekolah Dasar dan Menengah*, Erlangga, Jakarta.
[3] Leung, K. T dan Suen, S. N. 1994. *Vectors , Matrices and Geometry*, Hongkong University Press.
[4] Siceloff , L. P, Wentworth, G dan Smith, D. E, *Analytic Geometry*, Ginn and Company.
[5] Reneau L.N.2010, *Tangents to Conic Sections*, University of Texas at Austin,.
[6] Mashadi. 2012, *Geometry*, Pusbangdik UR.
[7] Wirodikromo S . 1996, *MatematikaUntuk SMU Kelas 3 Program IPA* Erlangga, Jakarta,.
[8] Subardjo , Adam N.A. dan Sunaringsih M.B. 2004,*Matematika 3A Untuk SMU Kelas 3 Kurikulum 1994 semester 1*,Bumi Aksara.
[9] Susanto. 2012, *GeometriAnalitikDatar*, UniversitasJember,.
[10] Varberg, Purcell, dan Rigdon. 2011, *Kalkulusedisi 9 julid 2*, Erlangga, Jakarta,.