

**CADANGAN *COMMISSIONERS* DAN CADANGAN *ILLINOIS*  
ASURANSI JIWA DWIGUNA BERDASARKAN  
HUKUM MAKEHAM**

**Ridho Wahyudi<sup>\*1</sup>, Rolan Pane<sup>2</sup>, Musraini M<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Mahasiswa Program Studi S1 Matematika

<sup>2</sup>Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau  
Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

\*edhowahyudi@gmail.com

**ABSTRACT**

This article discusses the *commissioners* reserve and *Illinois* reserve for endowment life insurance. *Commissioners* reserve and *Illinois* reserve are the calculation of modified premium reserve using prospective reserve and has its own premium payment period. This calculation is carried out by determining life annuity, single premium, and annual premium in advance based on Makeham's law.

*Keywords: modified reserve, commissioners method, Illinois method, endowment life insurance, Makeham's law*

**ABSTRAK**

Artikel ini membahas cadangan *commissioners* dan cadangan *Illinois* untuk asuransi jiwa dwiguna. Cadangan *commissioners* dan cadangan *Illinois* merupakan suatu perhitungan cadangan premi modifikasi menggunakan cadangan prospektif dan memiliki masa pembayaran premi tersendiri. Perhitungan cadangan ini diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu anuitas hidup, premi tunggal, dan premi tahunan berdasarkan hukum Makeham.

Kata kunci: cadangan modifikasi, metode *commissioners*, metode *Illinois*, asuransi jiwa dwiguna, hukum Makeham

**1. PENDAHULUAN**

Asuransi jiwa dwiguna merupakan gabungan dari asuransi jiwa dwiguna murni dan asuransi jiwa berjangka. Dalam asuransi jiwa dwiguna, peserta asuransi baik meninggal dunia maupun bertahan hidup akan dibayarkan uang pertanggungan [3]. Dalam mengikuti program asuransi jiwa, terdapat serangkaian pembayaran yang dilakukan oleh peserta asuransi yang disebut premi. Perhitungan premi sangat dipengaruhi oleh jenis asuransi jiwa dan anuitas.

Premi yang diterima perusahaan asuransi tidak hanya menjadi keuntungan perusahaan, tetapi juga menjadi kewajiban perusahaan dimasa mendatang apabila terjadi

klaim. Sebagian premi tersebut harus dicadangkan sebagai cadangan asuransi. Cadangan asuransi merupakan besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam masa pertanggungan [3]. Pada umumnya, biaya awal tahun yang dibutuhkan cukup besar, sehingga perusahaan asuransi dapat mengalami kerugian. Hal tersebut menyebabkan cadangan asuransi perlu dimodifikasi.

Pada artikel ini dibahas cadangan dengan premi bersih yang dimodifikasi menggunakan metode *commissioners* dan metode *Illinois*. Perhitungan cadangan diselesaikan dengan menentukan terlebih dahulu nilai tunai anuitas, premi tunggal, dan premi tahunan berdasarkan hukum Makeham.

## 2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP DAN PREMI ASURANSI JIWA DWIGUNA BERDASARKAN HUKUM MAKEHAM

Pada bagian ini dibahas anuitas hidup awal seumur hidup, anuitas hidup awal berjangka, dan premi asuransi jiwa dwiguna. Namun, terlebih dahulu dibahas peluang hidup peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun berdasarkan hukum Makeham.

Percepatan mortalita peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun berdasarkan hukum Makeham dinyatakan dengan [1, h. 77]

$$\mu_x = D + Bc^x, \quad B > 0, D \geq -B, c > 1, x \geq 0,$$

dan percepatan mortalita peserta asuransi yang berusia  $x+n$  tahun berdasarkan hukum Makeham dinyatakan dengan

$$\mu_{x+n} = D + Bc^{x+n}. \quad (1)$$

Konstanta  $D$  menyatakan resiko kematian yang disebabkan oleh faktor selain usia dan  $Bc^x$  menyatakan resiko kematian karena faktor usia, dengan [5, h. 170]

$$g = e^{-e^{-\frac{a}{b}}} \text{ dan } c = e^{\frac{1}{b}},$$

konstanta  $a$  dan  $b$  memenuhi

$$b = \frac{\sigma\sqrt{6}}{\pi} \text{ dan } a = \mu + b\gamma.$$

Peluang hidup peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun bertahan hidup hingga usia  $x+t$  tahun dinotasikan dengan  ${}_t p_x$ , yang dinyatakan dengan [2, h. 26]

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+n} dn}. \quad (2)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke persamaan (2), maka peluang hidup peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun bertahan hidup hingga usia  $x+t$  tahun berdasarkan hukum Makeham adalah sebagai berikut:

$${}_t p_x = s^t g^{c^x(c^t-1)}. \quad (3)$$

Anuitas hidup seumur hidup merupakan suatu anuitas yang pembayarannya dilakukan selama peserta asuransi masih hidup. Nilai tunai anuitas hidup awal seumur hidup peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dinyatakan dengan [3, h. 71]

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} v^t {}_t p_x, \quad (4)$$

dengan  $v$  merupakan faktor diskon yang dinyatakan dengan [3, h. 2]

$$v = \frac{1}{1+i}.$$

Dengan mensubstitusikan (3) ke persamaan (4) diperoleh nilai tunai anuitas hidup awal seumur hidup berdasarkan hukum Makeham adalah sebagai berikut:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{w-x-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}. \quad (5)$$

Selanjutnya, anuitas hidup berjangka merupakan suatu anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan pada masa tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $n$  tahun dinyatakan dengan [2, h. 113]

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x. \quad (6)$$

Dengan mensubstitusikan (3) ke persamaan (6), nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $n$  tahun berdasarkan hukum Makeham adalah

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}. \quad (7)$$

Apabila peserta asuransi berusia  $x$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $h$  tahun, maka persamaan (7) menjadi

$$\ddot{a}_{x:\overline{h}|} = \sum_{t=0}^{h-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}. \quad (8)$$

Apabila peserta asuransi berusia  $x+t$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $n-t$  tahun, maka persamaan (7) menjadi

$$\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} = \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)}. \quad (9)$$

Dan apabila peserta asuransi yang berusia  $x+t$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $h-t$  tahun, maka persamaan (7) menjadi

$$\ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|} = \sum_{k=0}^{h-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)}. \quad (10)$$

Setelah mendapatkan besar nilai tunai anuitas hidup awal, maka dapat ditentukan besaran nilai premi. Berdasarkan cara pembayarannya, premi dibagi menjadi premi tunggal dan premi tahunan. Premi tunggal adalah premi yang dibayar sekaligus pada awal kontrak disetujui. Premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $n$  tahun adalah [3, h. 88]

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d \ddot{a}_{x:\overline{n}|}, \quad (11)$$

dengan  $d$  merupakan tingkat diskon yang dinyatakan dengan [3, h. 2]

$$d = 1 - v.$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (7) ke persamaan (11), premi tunggal asuransi jiwa dwiguna untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $n$  tahun berdasarkan hukum Makeham adalah

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}. \quad (12)$$

Dan apabila peserta asuransi berusia  $x+t$  tahun dengan masa pertanggungan selama  $n-t$  tahun, maka persamaan (12) menjadi

$$A_{\overline{x+t:n-t}|} = 1 - d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)}. \quad (13)$$

Premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dinyatakan dengan [3, h. 83]

$$A_x = 1 - d \ddot{a}_x. \quad (14)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (5) ke persamaan (14), premi tunggal asuransi jiwa seumur hidup berdasarkan hukum Makeham adalah

$$A_x = 1 - d \sum_{t=0}^{w-x-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}. \quad (15)$$

Selanjutnya premi tahunan adalah premi yang dibayarkan setiap tahun oleh peserta asuransi selama masa kontrak asuransi berlangsung. Premi tahunan asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum Makeham untuk peserta asuransi berusia  $x$  tahun, masa pertanggungan selama  $n$  tahun, dan masa pembayaran premi selama  $h$  tahun dinyatakan dengan

$${}_h P_{\overline{x:n}|} = \frac{A_{\overline{x:n}|}}{\ddot{a}_{\overline{x:h}|}}. \quad (16)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) dan (12) ke persamaan (16), premi tahunan asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum Makeham adalah

$${}_h P_{\overline{x:n}|} = \frac{1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}}. \quad (17)$$

Premi tahunan asuransi seumur hidup adalah premi tahunan yang dibayar selama peserta asuransi masih hidup. Premi tahunan asuransi seumur hidup untuk peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dan masa pembayaran selama  $h$  tahun dinyatakan dengan [4, h. 53]

$${}_h P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{\overline{x:h}|}}. \quad (18)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (8) dan (15) ke persamaan (18), premi tahunan asuransi seumur hidup untuk peserta asuransi berusia  $x+1$  tahun berdasarkan hukum Makeham adalah

$${}_h P_{x+1} = \frac{1 - d \sum_{t=0}^{w-x-2} v^t s^t g^{c^{x+1}(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^t s^t g^{c^{x+1}(c^t-1)}}. \quad (19)$$

Premi natural adalah premi asuransi jiwa berjangka dengan waktu satu tahun dan diperpanjang tiap tahunnya dinyatakan dengan [3, h. 108]

$$c_x = v(1 - p_x). \quad (20)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3) ke persamaan (20), premi natural berdasarkan hukum Makeham adalah

$$c_x = v \left( 1 - sg^{c^x(c-1)} \right). \quad (21)$$

### 3. CADANGAN *COMMISSIONERS* DAN CADANGAN *ILLINOIS*

Cadangan prospektif adalah cadangan yang perhitungannya berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran diwaktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang dari total pendapatan diwaktu yang akan datang untuk tiap peserta asuransi. Cadangan prospektif asuransi jiwa dwiguna peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun, masa pertanggungn  $n$  tahun, masa pembayaran premi selama  $h$  tahun, dan  $t$  menyatakan waktu perhitungan cadangan, serta uang pertanggungn dibayar pada akhir tahun polis dinotasikan dengan  ${}_tV_{x:n}$  yang dinyatakan dengan [3, h. 126]

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - {}_hP_{x:n} \ddot{a}_{x+t:h-t}, & t < h \\ A_{x+t:n-t}, & t \geq h \end{cases} \quad (22)$$

Dengan nilai tunai premi bersih dengan masa pembayaran premi  $h$  tahun dinyatakan dengan

$$T = {}_hP_{x:n} \ddot{a}_{x:h}. \quad (23)$$

Pengeluaran yang dibutuhkan pada tahun pertama asuransi sangat besar, maka cadangan prospektif perlu dimodifikasi agar cadangan pada tahun pertama tercukupi. Perhitungan cadangan asuransi yang dimodifikasi menggunakan premi bersih yang dimodifikasi. Premi modifikasi pada awal tahun dinyatakan dengan  $\alpha$  dan pada tahun berikutnya dinyatakan dengan  $\beta$  selama  $g-1$  tahun berikutnya. Cadangan prospektif modifikasi dinyatakan dengan [4, h. 101]

$${}_tV_{x:n} = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - \beta \ddot{a}_{x+t:g-t} - {}_hP_{x:n} {}_{g-t} \ddot{a}_{x+t:h-g}, & t < h \\ A_{x+t:n-t}, & t \geq h \end{cases} \quad (24)$$

Cadangan asuransi dapat dimodifikasi dengan berbagai metode diantaranya metode *commissioners* dan metode *Illinois*. Cadangan *commissioners* adalah cadangan asuransi jiwa dengan masa pembayaran premi bersih modifikasi dilakukan sepanjang masa pembayaran premi. Metode *commissioners* dinyatakan dengan [4, h. 110]

$$\begin{aligned} \beta^{com} - \alpha^{com} &= {}_{19}P_{x+1} - c_x \\ \alpha^{com} &= \beta^{com} - {}_{19}P_{x+1} + c_x \end{aligned} \quad (25)$$

Dengan nilai tunai premi bersih modifikasi berdasarkan metode *commissioners* dinyatakan dengan

$$T = \alpha^{com} + \beta^{com} (\ddot{a}_{x:h} - 1). \quad (26)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (23) ke persamaan (26), diperoleh hubungan antara nilai tunai premi bersih modifikasi dengan metode *commissioners* dan nilai tunai premi bersih, yaitu

$$\alpha^{com} + \beta^{com} (\ddot{a}_{x:h} - 1) = {}_hP_{x:n} \ddot{a}_{x:h}. \quad (27)$$

Substitusikan persamaan (25) ke persamaan (27), diperoleh premi bersih modifikasi perpanjangan metode *commissioners*, yaitu

$$\beta^{com} = {}_hP_{x:\overline{n}|} + \frac{{}_{19}P_{x+1} - c_x}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}. \quad (28)$$

Berdasarkan persamaan (24), cadangan *commissioners* asuransi jiwa dwiguna dinyatakan sebagai berikut:

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{com} = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - \beta^{com} \ddot{a}_{x+t:h-t}, & t < h \\ A_{x+t:n-t}, & t \geq h \end{cases}. \quad (29)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (10) dan (13) ke persamaan (29), diperoleh cadangan *commissioners* berdasarkan hukum Makeham untuk  $t < h$  adalah

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{com} = 1 - d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} - \beta^{com} \left( \sum_{k=0}^{h-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right),$$

dan untuk  $t \geq h$  adalah

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{com} = 1 - d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)}.$$

Cadangan *Illinois* adalah cadangan asuransi jiwa dengan masa pembayaran premi bersih modifikasi dilakukan maksimal 20 tahun. Metode *Illinois* dinyatakan dengan [4, h. 112]

$$\begin{aligned} \beta^{ill} - \alpha^{ill} &= {}_{19}P_{x+1} - c_x \\ \alpha^{ill} &= \beta^{ill} - {}_{19}P_{x+1} + c_x. \end{aligned} \quad (30)$$

Dengan nilai tunai premi bersih modifikasi berdasarkan metode *Illinois* dinyatakan dengan

$$T = \alpha^{ill} + \beta^{ill} (\ddot{a}_{x:\overline{h}|} - 1). \quad (31)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (23) ke persamaan (31) diperoleh hubungan antara nilai tunai premi bersih modifikasi dengan metode *Illinois* dan nilai tunai premi bersih, yaitu

$$\alpha^{ill} + \beta^{ill} (\ddot{a}_{x:\overline{h}|} - 1) = {}_hP_{x:\overline{n}|} \ddot{a}_{x:\overline{h}|}. \quad (32)$$

Substitusikan persamaan (30) ke persamaan (32), diperoleh premi bersih modifikasi perpanjangan metode *Illinois*, yaitu

$$\beta^{ill} = {}_hP_{x:\overline{n}|} + \frac{{}_{19}P_{x+1} - c_x}{\ddot{a}_{x:\overline{h}|}}.$$

Untuk masa pembayaran premi maksimal 20 tahun, premi bersih modifikasi perpanjangan dengan metode *commissioners* bernilai sama dengan premi bersih modifikasi perpanjangan dengan metode *Illinois*, maka diambil kasus untuk masa pembayaran premi lebih dari 20 tahun, sehingga premi bersih modifikasi perpanjangan metode *Illinois* adalah, yaitu

$$\beta^{ill} = {}_hP_{x:\overline{n}|} + \frac{{}_{19}P_{x+1} - c_x}{\ddot{a}_{x:\overline{20}|}}. \quad (33)$$

Berdasarkan persamaan (24), cadangan *Illinois* asuransi jiwa dwiguna dinyatakan sebagai berikut:

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{ill} = \begin{cases} A_{x+t:n-t} - \beta^{ill} \ddot{a}_{x+t:20-t} - {}_hP_{x:\overline{n}|} {}_{20-t} \ddot{a}_{x+t:h-20}, & t < 20 \\ A_{x+t:n-t} & , \quad t \geq 20 \end{cases} \quad (34)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (9) dan (13) ke persamaan (34), diperoleh cadangan *Illinois* berdasarkan hukum Makeham untuk  $t < h$  adalah

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{ill} = 1 - d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} - \beta^{ill} \left( \sum_{k=0}^{19-t} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)} \right) - \left( \frac{1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^k s^k g^{c^x(c^k-1)}}{\sum_{t=0}^{h-1} v^k s^k g^{c^x(c^k-1)}} \right) \sum_{k=20-t}^{h-t-1} v^k s^k g^{c^x(c^k-1)},$$

dan untuk  $t \geq h$  adalah

$${}_tV_{x:\overline{n}|}^{ill} = 1 - d \sum_{k=0}^{n-t-1} v^k s^k g^{c^{x+t}(c^k-1)}.$$

Berdasarkan persamaan (28) dan (33) didapat bahwa  $\beta^{ill} > \beta^{com}$  dan  $\alpha^{ill} > \alpha^{com}$ .

**Contoh** Seorang pria berusia 35 tahun mengikuti program asuransi jiwa dwiguna selama 30 tahun dengan uang pertanggungan sebesar Rp100.000.000,00 dengan tingkat bunga sebesar 2,5%, serta diasumsikan konstanta Makeham sebesar 0,0005 dan usia terakhir adalah 100 tahun. Pembayaran premi dilakukan disetiap awal tahun selama 25 tahun dan uang pertanggungan akan didapat pada akhir tahun polis. Lalu akan ditentukan cadangan *commissioners* asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum Makeham dan cadangan *Illinois* asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum Makeham.

Dari kasus di atas, diketahui  $x = 35$ ,  $w = 100$ ,  $n = 30$ ,  $h = 25$ ,  $D = 0,0005$ , dan  $R = 10^8$ . Dengan tingkat bunga sebesar 2,5% diperoleh  $v = 0,975609756$  dan  $d = 0,02439024$ . Dengan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia tahun 1999 untuk jenis kelamin laki-laki, premi modifikasi dengan metode *commissioners* berdasarkan hukum Makeham adalah

$$\begin{aligned} \beta^{com} &= {}_{25}P_{35:\overline{30}|} + \frac{{}_{19}P_{35+1} - c_{35}}{\ddot{a}_{35:\overline{25}|}} \\ &= \frac{1 - d \sum_{t=0}^{29} v^t s^t g^{c^{35}(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{24} v^t s^t g^{c^{35}(c^t-1)}} + \frac{1 - d \sum_{t=0}^{63} v^t s^t g^{c^{36}(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{18} v^t s^t g^{c^{36}(c^t-1)}} - v \left( 1 - s g^{c^{35}(c-1)} \right) \\ &= \text{Rp}10^8 \left( 0,037652113 + \frac{0,04049011 - 0,013110058}{15,60115173} \right) \\ \beta^{com} &= \text{Rp}3.940.711,53. \end{aligned}$$

Cadangan *commissioners* asuransi jiwa dwiguna berdasarkan hukum Makeham dengan pembayaran pertahun untuk  $t < h$  dengan mengambil  $t = 5$ , yaitu

$$\begin{aligned} {}_5^{25}V_{35:\overline{30}}^{com} &= A_{40:\overline{25}} - \beta^{com} \ddot{a}_{40:\overline{20}} \\ &= 1 - d \sum_{k=0}^{24} v^k s^k g^{c^{40}(c^k-1)} - \beta^{com} \left( \sum_{k=0}^{19} v^k s^k g^{c^{40}(c^k-1)} \right) \\ &= \text{Rp}10^8(0,635126812 - (0,0394071115 \times 13,35841)) \\ {}_5^{25}V_{35:\overline{30}}^{com} &= \text{Rp}10.871.040,87. \end{aligned}$$

dan untuk  $t \geq h$  dengan mengambil  $t = 25$ , yaitu

$$\begin{aligned} {}_{25}^{25}V_{35:\overline{30}}^{com} &= A_{60:\overline{5}} \\ &= \text{Rp}10^8(0,8926291712) \\ {}_{25}^{25}V_{35:\overline{30}}^{com} &= \text{Rp}89.262.917,12. \end{aligned}$$

Selanjutnya premi modifikasi dengan metode *Illinois* berdasarkan hukum Makeham adalah

$$\begin{aligned} \beta^{ill} &= {}_{25}P_{35:\overline{30}} + \frac{{}_{19}P_{35+1} - c_{35}}{\ddot{a}_{35:\overline{20}}} \\ &= \frac{1 - d \sum_{t=0}^{29} v^t s^t g^{c^{35}(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{24} v^t s^t g^{c^{35}(c^t-1)}} + \frac{1 - d \sum_{t=0}^{63} v^t s^t g^{c^{36}(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{18} v^t s^t g^{c^{36}(c^t-1)}} - v(1 - s g^{c^{36}(c-1)}) \\ &= \text{Rp}10^8 \left( 0,037652113 + \frac{0,04049011 - 0,013110058}{13,80510792} \right) \\ \beta^{ill} &= \text{Rp}3.963.544,10. \end{aligned}$$

Cadangan *Illinois* asuransi jiwa dwiguna dengan pembayaran pertahun untuk  $t < 20$  dengan mengambil  $t = 5$ , yaitu

$$\begin{aligned} {}_5^{25}V_{35:\overline{30}}^{ill} &= A_{40:\overline{25}} - \beta^{com} \ddot{a}_{40:\overline{15}} - {}_{25}P_{35:\overline{30}} {}_{15} \ddot{a}_{40:\overline{5}} \\ &= 1 - d \sum_{k=0}^{24} v^k s^k g^{c^{40}(c^k-1)} - \beta^{ill} \left( \sum_{k=0}^{14} v^k s^k g^{c^{40}(c^k-1)} \right) \\ &\quad - \left( \frac{1 - d \sum_{t=0}^{29} v^t s^t g^{c^{35}(c^t-1)}}{\sum_{t=0}^{24} v^t s^t g^{c^{35}(c^t-1)}} \right) \sum_{k=15}^{19} v^k s^k g^{c^{40}(c^k-1)} \\ &= \text{Rp}10^8(0,1099990053) \\ {}_5^{25}V_{35:\overline{30}}^{ill} &= \text{Rp}10.999.900,53 \end{aligned}$$



dan untuk  $t \geq 20$  dengan mengambil  $t = 20$ , yaitu

$$\begin{aligned} {}_{20}^{25}V_{35:30}^{ill} &= A_{55:10} \\ &= \text{Rp}10^8(0,8112227113) \\ {}_{20}^{25}V_{35:30}^{ill} &= \text{Rp}81.122.271,13. \end{aligned}$$

Cadangan *commissioners* dan cadangan *Illinois* berdasarkan hukum Makeham untuk peserta asuransi berusia 35 tahun, masa pertanggungan 30 tahun, dan masa pembayaran premi 25 tahun dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1: Cadangan *commissioners* dan cadangan *Illinois* asuransi jiwa dwiguna untuk pria usia 35 tahun berdasarkan hukum Makeham

Tahun	Cadangan <i>commissioners</i> (Rp)	Cadangan <i>Illinois</i> (Rp)	Tahun	Cadangan <i>commissioners</i> (Rp)	Cadangan <i>Illinois</i> (Rp)
1	-112.518,94	-88.796,78	16	46.876.194,76	47.425.384,71
2	2.558.470,17	2.606.866,93	17	50.788.537,51	51.390.754,33
3	5.277.468,48	5.351.561,27	18	54.854.405,98	55.513.221,96
4	8.047.279,76	8.148.165,75	19	59.089.757,90	59.809.112,72
5	10.871.040,87	10.999.900,53	20	63.512.652,50	81.122.271,13
6	13.752.261,86	13.910.367,42	21	68.143.558,45	82.606.437,34
7	16.694.871,49	16.883.596,30	22	73.005.713,02	84.154.658,63
8	19.703.268,47	19.924.097,58	23	78.125.542,29	85.774.324,50
9	22.782.379,74	23.036.921,67	24	83.533.153,99	87.473.865,53
10	25.937.726,51	26.227.726,50	25	89.262.917,12	89.262.917,12
11	29.175.499,48	29.502.854,36	26	91.152.512,78	91.152.512,78
12	32.502.644,53	32.869.419,50	27	93.155.312,57	93.155.312,57
13	35.926.960,67	36.335.408,18	28	95.285.874,20	95.285.874,20
14	39.457.212,12	39.909.793,20	29	97.560.975,61	97.560.975,61
15	43.103.256,90	43.602.665,40	30	100.000.000,00	100.000.000,00

#### 4. KESIMPULAN

Penerapan hukum Makeham dalam aktuarial akan mempengaruhi besar nilai peluang hidup karena adanya konstanta Makeham. Dari nilai tunai anuitas hidup dan premi tahunan berdasarkan hukum Makeham, dapat ditentukan cadangan *commissioners* dan cadangan *Illinois* berdasarkan hukum Makeham. Pada kasus kontrak asuransi dengan masa pembayaran premi maksimal 20 tahun besar nilai premi bersih modifikasi dengan metode *Illinois* bernilai sama dengan premi bersih modifikasi dengan metode *commissioners*. Selanjutnya pada kasus kontrak asuransi dengan masa pembayaran premi lebih dari 20 tahun besar nilai premi bersih modifikasi dengan metode *Illinois* bernilai lebih besar dari premi bersih modifikasi dengan metode *commissioners*. Berdasarkan hal tersebut, perusahaan asuransi akan lebih cepat mendapatkan cadangan asuransi dengan metode *Illinois* daripada cadangan asuransi dengan metode *commissioners*.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bowers, N. L., H. U. Geerber., J. C. Hickman., D. A. Jones, & C. J. Nesbitt. 1986. *Actuarial Mathematics*. Society of Actuaries, Schaumhurg.
- [2] Dickson, D. C. M., M. R. Hardy, & H. R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, New York.
- [3] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [4] Menge, W. O. & C. H. Fischer. 1985. *The Mathematics of Life Insurance*. Ulrich's Books Inc. Michigan.
- [5] Willemse, W. J. & H. Koppelaar. 2000. Knowledge Elicitation of Gompertz's Law of Mortality. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2: 168-179.

