DERET TAYLOR UNTUK METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN

Lucy L. Batubara[1*], Deswita. Leli[2], Zulkarnain[2]

[1] Mahasiswa Program Studi S1 Matematika
[2] Laboratorium Matematika Terapan, Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293), Indonesia

*lucylestarib@ymail.com

ABSTRACT

This article discusses the application of Taylor series to the Adomian decomposition method to determine the solution of *Cauchy-Kovalevska* equation. The obtained solution is of the form infinite series. Application of the Taylor series to several examples of *Cauchy-Kovalevska* equations shows that this technique is more practical and provides better solutions than the solutions obtained by the Adomian decomposition method.

Keywords: *Cauchy-Kovalevska equation, Adomian decomposition method, Taylor series.*

ABSTRAK

Artikel ini membahas penerapan deret Taylor pada metode dekomposisi Adomian dalam menetukan solusi persamaan *Cauchy-Kovalevska*. Solusi yang diperoleh berbentuk deret tak hingga. Penerapan deret Taylor ini kebeberapa contoh persamaan *Cauchy-Kovalevska* menunjukkan bahwa teknis ini lebih praktis dan memberikan solusi yang lebih baik dibandingkan dengan solusi yang diperoleh dari metode dekomposisi Adomian.

Kata kunci: *persamaan Cauchy-Kovalevska, metode dekomposisi Adomian, deret Taylor.*

1. PENDAHULUAN

Salah satu bagian dari persamaan diferensial parsial nonlinear adalah persamaan *Cauchy-Kovalevska*, dengan bentuk umum [2]

$$u_t(x,t) = F(u, u_x, u_{xx}, ..., u_{x^n}) + g(x), \tag{1}$$

dengan syarat awal

$$u(x,0) = f_0(x). \tag{2}$$

Banyak metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan persamaan (1), salah satunya adalah metode dekomposisi Adomian [5]. Berbagai modifikasi telah dikembang dari metode dekomposisi Adomian, diantaranya penerapan deret Taylor untuk menyelesaikan persamaan (1).

Pada artikel dibahas bagaimana menemukan solusi $u(x,t)$ dalam bentuk deret yang memenuhi persamaan (1) dan (2). Pembahasan dimulai dengan menggunakan metode dekomposisi Adomian pada bagian 2, kemudian dilanjutkan pada bagian 3 dengan menerapkan deret Taylor untuk metode dekomposisi Adomian yang merupakan review dari artikel Ekaterina Kutafina [2], dengan judul *"Taylor series for the Adomian decomposition method"* dan pada bagian terakhir diberikan perbandingan komputasi numerik untuk dua Contoh persamaan *Cauchy-Kovalevska*.

2. METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN

Untuk menyederhanakan notasi, misalkan $F[u] = F(u, u_x, \cdots, u_{x^n})$, $L_t(\cdot) := \partial(\cdot)/\partial t$, $L_t^{-1}(.) := \int_0^t (.)dt$, dan $g(x)$ adalah fungsi yang diketahui. Metode dekomposisi Adomian menguraikan $F[u]$ menjadi dua bagian yaitu $L_F[u] + N_F[u]$, dengan $L_F[u]$ adalah operator linear, dan $N_F[u]$ adalah operator nonlinear. Sehingga persamaan (1) dapat ditulis menjadi

$$L_t^{-1}L_t u = L_t^{-1}L_F[u] + L_t^{-1}N_F[u] + L_t^{-1}g(x). \tag{3}$$

Jadi ruas kiri persamaan (3) dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} L_t^{-1}L_t u &= \int_0^t L_t u \quad dt, \\ L_t^{-1}L_t u &= u(x,t) - u(x,0), \end{aligned} \tag{4}$$

kemudian subsitusikan persamaan (4) ke persamaan (3) dan berdasarkan persamaan (2), diperoleh

$$u(x,t) = f_0(x) + g(x)t + \int_0^t (L_F[u] + N_F[u])dt. \tag{5}$$

Misalkan solusi persamaan (1) dinyatakan dalam bentuk

$$u(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t) \tag{6}$$

dan bentuk nonlinear $N_F[u]$ diuraikan menjadi deret tak hingga dari polinomial Adomian yaitu $N_F[u] = \sum_{i=0}^{\infty} A_i(u_0, u_1, ..., u_i)$, dimana A_i disebut polinomial Adomian yang didefinisikan sebagai

$$A_i = \frac{1}{n!}\frac{d^n}{d\lambda^n}\left[F\left(\sum_{i=0}^{n} \lambda^i u_i\right)\right]_{\lambda=0}, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \cdots, \tag{7}$$

dengan λ adalah suatu parameter.

Untuk memahami dalam memperoleh polinomial Adomian A_i dijelaskan pada contoh berikut

Contoh 1 [2] Misalkan bentuk nonlinear dari persamaan (1) adalah $N_F[u] = uu_x$.
Penyelesaian:
Berdasarkan persamaan (6) maka

$$u = (u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \cdots + \epsilon^i u_i),$$

dan

$$u_x = (u_{0_x} + \epsilon u_{1_x} + \epsilon^{2x} u_{2_x} + \cdots + \epsilon^i u_{ix}),$$

sehingga bentuk nonlinear dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned} N_F[u] &= (u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + ... + \epsilon^i u_i)(u_{0_x} + \epsilon u_{1_x} + \epsilon^2 u_{2_x} + ... + \epsilon^i u_{i_x}) \\ N_F[u] &= \underbrace{u_0 u_{0_x}}_{A_0} + \epsilon \underbrace{(u_1 u_{0_x} + u_0 u_{1_x})}_{A_1} + \epsilon^2 \underbrace{(u_0 u_{2x} + u_1 u_{1x} + u_2 u_{0x})}_{A_2} + \cdots . \end{aligned}$$

Identifikasi A_i dengan koefisien ϵ^i. Hasil ini juga akan diperoleh dengan menggunakan persamaan (7) diperoleh

$$\begin{aligned} A_0 &= F\left(\sum_{i=0}^{0} \lambda^i u_i\right), \\ &= F(u_0) = u_0 u_{0_x} \\ A_1 &= \frac{1}{1!}\frac{d}{d\lambda}\left[F\left(\sum_{i=0}^{1} \lambda^i u_i\right)\right]_{\lambda=0}, \\ A_1 &= u_1 u_{0_x} + u_0 u_{1_x} \\ \vdots &= \vdots \end{aligned}$$

Kembali ke persamaan (5) subsitusikan persamaan (6) dan $N_F[u] = \sum_{i=0}^{\infty} A_i$, diperoleh

$$\sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t) = f_0(x) + g(x)t + \int_0^t \left[L_F\left(\sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t)\right) + \left(\sum_{i=0}^{\infty} A_i\right)\right] dt, \qquad (8)$$

dari persamaan (8), suku $u_i(x,t)$ dapat ditentukan dengan relasi rekursif berikut

$$\begin{aligned} u_0 &= f_0(x) + g(x)t, \\ u_1 &= \int_0^t (L_F[u_0] + A_0) dt, \\ \vdots &= \vdots \\ u_i &= \int_0^t (L_F[u_{i-1}] + A_{i-1}) dt, \end{aligned}$$

sehingga diperoleh solusi persamaan (1) adalah

$$u(x,t) = \lim_{k\to\infty} \sum_{i=0}^{k} u_i.$$

Solusi dari $u(x,t)$ juga dapat ditentukan dengan menggunakan rumus Taylor pada metode dekomposisi Adomian [2].

3. PENERAPAN DERET TAYLOR UNTUK METODE DEKOMPOSISI ADOMIAN

Dalam artikel ini, persamaan (1) dapat dibentuk menjadi $u_t = F[u] + g(x)$. Pada metode dekomposisi Adomian, $F[u]$ dibagi menjadi dua bagian, yaitu bagian linear dan nonlinear. Sementara disini $F[u]$ akan dihampiri dengan suatu polinomial $F[u] = \sum_{i=0}^{\infty} B_i$. Untuk itu definisikan

$$u^{(k)} = \sum_{i=0}^{k} u_i \qquad B_0 = F[u_0],$$

dan

$$B_i = F[u^{(i)}] - F[u^{(i-1)}], \qquad i = 1, 2, 3, \cdots. \tag{9}$$

Sebagai ilustrasi dari definisi ini, perhatikan kembali Contoh 1, bentuk nonlinear $F[u] = uu_x$ dihampiri dengan persamaan (9), sehingga diperoleh $B_0 = A_0 = u_0 u_{0x}$. Selanjutnya, untuk $B_1, B_2, ..., B_k$ dapat diperoleh dengan mengunakan (9). Metode rekursif untuk menentukan solusi persamaan (1) adalah

$$\begin{aligned}
u_0 &= f_0 + g(x)t,\\
u_1 &= \int_0^t B_0 dt = \int_0^t F[u^{(0)}]dt,\\
\vdots &= \vdots\\
u_{k-1} &= \int_0^t B_{k-2} dt = \int_0^t \Big(F[u^{(k-2)}] - F[u^{(k-3)}]\Big)dt,\\
u_k &= \int_0^t B_{k-1} dt = \int_0^t \Big(F[u^{(k-1)}] - F[u^{(k-2)}]\Big)dt,
\end{aligned}$$

sehingga,

$$u^{(k)} = u_0 + \int_0^t F[u^{(k-1)}]dt. \tag{10}$$

Selanjutnya, akan dibuktikan bahwa untuk $k \to \infty, u^{(k)}(x,t)$ merupakan solusi dari persamaan (1). Dengan memanfaatkan persamaan (10), deret Taylor untuk metode dekomposisi Adomian dapat diperoleh dari teorema berikut

Teorema 1 [2]
Perhatikan persamaan (1) dapat ditulis

$$u_t = F[u] + g(x), \tag{11}$$

dan syarat awal $u(x,0) = f_0(x)$, untuk $x, t \in \mathbb{R}$, $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $u_{x^i} = \dfrac{\partial^i u}{\partial x^i}$ dan $F[u(x,t)] = F(u(x,t), u_x(x,t), \cdots, u_{x^n}(x,t))$. Asumsikan bahwa $F[u(x,t)]$ adalah fungsi analitik dan $F[0] = 0$. Solusi dari persamaan (11) adalah

$$u(x,t) \approx a_0 + a_1 \frac{t}{t!} + a_2 \frac{t^2}{2!} + a_3 \frac{t^3}{3!} + \cdots, \tag{12}$$

dengan

$$\left.\begin{aligned}
a_0 &= f_0,\\
a_1 &= F[f_0] + g(x),\\
a_2 &= \frac{\partial F[f_0]}{\partial u} a_1 + \frac{\partial F[f_0]}{\partial u_x} a_{1x} + \cdots + \frac{\partial F[f_0]}{\partial u_{x^n}} a_{1x^n},\\
a_3 &= \frac{\partial^2 F[f_0]}{\partial u^2} a_1^2 + \frac{\partial^2 F[f_0]}{\partial u^2} a_{1x}^2 + \cdots + 2\frac{\partial^2 F[f_0]}{\partial u \partial u_x} a_1 a_{1x} + \cdots\\
&\quad + \frac{\partial F[f_0]}{\partial u} a_2 + \cdots + \frac{\partial F[f_0]}{\partial u_{x^n}} a_{2x^n},\\
\vdots &= \vdots
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Bukti:
Dari persamaan (10), diperoleh

$$u^{(k+1)} = u_0 + \int_0^t F[u^{(k)}] dt. \tag{14}$$

Selanjutnya, berdasarkan uraian deret Taylor $F[u^{(k)}]$ disekitar $t = 0$ sebagai berikut

$$F[u^{(k)}(x,t)] = F[u^{(k)}(x,0)] + \frac{\partial F[u^{(k)}(x,0)]}{\partial t} t + \frac{\partial^2 F[u^{(k)}(x,0)]}{\partial t^2} \frac{t^2}{2!} + \cdots,$$

diperoleh bentuk ekspansi deret Taylor $F[u^{(k)}]$ adalah

$$\begin{aligned}
F[u^{(k)}(x,t)] = F[u^{(k)}]_{t=0} &+ \left[\frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u^{(k)}} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_x^{(k)}} \frac{\partial u_x^{(k)}}{\partial t} + \cdots \right.\\
&\left. + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_{x^n}^{(k)}} \frac{\partial u_{x^n}^{(k)}}{\partial t} \right]_{t=0} \frac{t}{1!} + \left[\frac{\partial^2 F[u^{(k)}]}{\partial (u^{(k)})^2} \left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} \right)^2 + \cdots \right.\\
&+ 2\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} \frac{\partial^2 F[u^{(k)}]}{\partial u^{(k)} \partial u_x^{(k)}} \frac{\partial u_x^{(k)}}{\partial t} \right) + \cdots\\
&\left. + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_{x^n}^{(k)}} \frac{\partial^2 u_{x^n}^{(k)}}{\partial t^2} \right]_{t=0} \frac{t^2}{2!} + \cdots,
\end{aligned} \tag{15}$$

dengan menggunakan persamaan (15) pada persamaan (14), diperoleh

$$\begin{aligned}
u^{(k+1)} &= u_0 + \int_0^t F[u^{(k)}]dt \\
u^{(k+1)} &= u_0 + \int_0^t F[u^{(k)}]_{t=0} \\
&\quad + \left[\frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u^{(k)}}\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_x^{(k)}}\frac{\partial u_x^{(k)}}{\partial t} + \cdots + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_{x^n}^{(k)}}\frac{\partial u_{x^n}^{(k)}}{\partial t}\right]_{t=0}\frac{t}{1!} \\
&\quad + \left[\frac{\partial^2 F[u^{(k)}]}{\partial (u^{(k)})^2}\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t}\right)^2 + \cdots + 2\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t}\frac{\partial^2 F[u^{(k)}]}{\partial u^{(k)}\partial u_x^{(k)}}\frac{\partial u_x^{(k)}}{\partial t}\right) + \cdots \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_{x^n}^{(k)}}\frac{\partial^2 u_{x^n}^{(k)}}{\partial t^2}\right]_{t=0}\frac{t^2}{2!} + \cdots dt, \qquad (16)
\end{aligned}$$

kemudian dengan menghitung integral terhadap t, solusi untuk $u^{(k+1)}$ pada persamaan (16) menjadi

$$\begin{aligned}
u^{(k+1)} &= u_0 + F[u^{(k)}]_{t=0}t + \left[\frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u^{(k)}}\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_x^{(k)}}\frac{\partial u_x^{(k)}}{\partial t} + \cdots \right. \\
&\quad \left. + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_{x^n}^{(k)}}\frac{\partial u_{x^n}^{(k)}}{\partial t}\right]_{t=0}\frac{t^2}{2!} + \left[\frac{\partial^2 F[u^{(k)}]}{\partial (u^{(k)})^2}\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t}\right)^2 + \cdots \right. \\
&\quad \left. + 2\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t}\frac{\partial^2 F[u^{(k)}]}{\partial u^{(k)}\partial u_x^{(k)}}\frac{\partial u_x^{(k)}}{\partial t}\right) + \cdots + \frac{\partial F[u^{(k)}]}{\partial u_{x^n}^{(k)}}\frac{\partial^2 u_{x^n}^{(k)}}{\partial t^2}\right]_{t=0}\frac{t^3}{3!} + \cdots . \qquad (17)
\end{aligned}$$

Perhatikan bahwa untuk $t = 0$, $u^{(k)}(x,0) \to u(x,t) = f_0$ untuk $k \to \infty$ diperoleh $F[u^{(k)}]_{t=0} = F[f_0]$, dan $\partial u^{(k)}/\partial t \to \partial u/\partial t = u_t$, dan $u_0 = f_0 + g(x)t$. Sehingga, persamaan (17) menjadi

$$\begin{aligned}
u^{(k+1)} &= f_0 + g(x)t + F[f_0]t + \left[\frac{\partial F[f_0]}{\partial u^{(k)}}(g(x) + F[f_0]) + \frac{\partial F[f_0]}{\partial u_x^{(k)}}(g(x) + F[f_0])_x \right. \\
&\quad \left. + \cdots + \frac{\partial F[f_0]}{\partial u_{x^n}^{(k)}}(g(x) + F[f_0])_{x^n}\right]\frac{t^2}{2!} + \left[\frac{\partial^2 F[f_0]}{\partial (u^{(k)})^2}((g(x) + F[f_0]))^2 \right. \\
&\quad + \cdots + 2\left((g(x) + F[f_0])\frac{\partial^2 F[f_0]}{\partial u^{(k)}\partial u_x^{(k)}}(g(x) + F[f_0])_x\right) + \cdots \\
&\quad + \frac{\partial F[f_0]}{\partial (u^{(k)})_{x^n}}\left(\frac{\partial F[f_0]}{\partial u^{(k)}}(g(x) + F[f_0]) \right. \\
&\quad \left. \left. + \cdots + \frac{\partial F[f_0]}{u_{x^n}^{(k)}}(g(x) + F[f_0])\right)\right]\frac{t^3}{3!} + \cdots , \qquad (18)
\end{aligned}$$

karena $u^{(k+1)} \to \infty$, untuk $k \to \infty$ maka persamaan (11) memenuhi (12) yaitu

$$u(x,t) = a_0 + a_1\frac{t}{t!} + a_2\frac{t^2}{2!} + a_3\frac{t^3}{3!} + \cdots ,$$

dengan $a_0, a_1, a_2, \cdots$, memenuhi persamaan (13). ∎

4. SIMULASI NUMERIK

Contoh 2 Selesaikan persamaan panas non-autonomous berikut

$$u_t = u_{xx} + \sin x, \qquad u(x,0) = \cos x \tag{19}$$

Penyelesaian:
Persamaan (19) akan diselesaikan dengan 2 metode.
Pertama, diselesaikan dengan metode dekomposisi Adomian.
Berdasarkan persamaan(5) dan persamaan (8), sehingga persamaan (19) menjadi

$$\sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t) = \cos x + L_t^{-1} \sin x + L_t^{-1} L_{xx} \left(\sum_{i=0}^{\infty} u_i(x,t) \right). \tag{20}$$

Selanjutnya, dengan memanfaatkan relasi rekursif untuk u_i diperoleh

$$\begin{aligned} u_0 &= \cos x + t \sin x, \\ u_1 &= -t \cos x - \frac{1}{2} t^2 \sin x, \\ u_2 &= \frac{1}{2!} t^2 \cos x + \frac{1}{3!} t^3 \sin x, \\ \vdots &= \vdots \end{aligned}$$

jadi, solusi persamaan (19) dengan menggunakan metode dekomposisi Adomian adalah

$$\begin{aligned} u(x,t) &= u_0 + u_1 + u_2 + \cdots \\ &= (\cos x + t \sin x) + (-t \cos x - \frac{1}{2!} t^2 \sin x) + (\frac{1}{2!} t^2 \cos x + \frac{1}{3!} t^3 \sin x), \\ &\quad + (-\frac{1}{3!} t^3 \cos x - \frac{1}{4!} t^4 \sin x) + \cdots . \end{aligned} \tag{21}$$

Berikutnya, akan digunakan Teorema 1 pada persamaan (19), dengan menggunakan notasi $f_0 = u(x,0) = cos(x), g(x) = \sin x, F[u] = u_{xx}$ dan memanfaatkan persamaan (13) diperoleh

$$\begin{aligned} a_0 &= f_0 = \cos x, \\ a_1 &= g(x) + F[f_0] = \sin x + [\cos x]_{xx} = \sin x - \cos x, \\ a_2 &= \frac{\partial F}{\partial u_{xx}} [f_0] a_{1xx} = - \sin x + \cos x, \\ \vdots &= \vdots \end{aligned}$$

jadi, solusi $u(x,t)$ persamaan (19) dengan menggunakan penerapan deret Taylor adalah

$$\begin{aligned} u(x,t) &= a_0 + a_1\frac{t}{t!} + a_2\frac{t^2}{2!} + a_3\frac{t^3}{3!} + \cdots, \\ &= (\cos x) + (t\sin x - t\cos x) + (-\frac{1}{2!}t^2\sin x + \frac{1}{2!}t^2\cos x), \\ &+ (\frac{1}{3!}t^3\sin x - \frac{1}{3!}t^3\cos x) + \cdots. \end{aligned} \tag{22}$$

Berdasarkan hasil dari contoh 2, diperoleh dua catatan, yaitu

Catatan 1: Untuk memperoleh solusi eksak persamaan (19), perhatikan persamaan (21) dan persamaan (22) yang dapat dibentuk menjadi

$$u(x,t) = \cos x + (-\sin x + \cos x)(1 - t + \frac{t^2}{2!} - \cdots) + \sin x - \cos x, \tag{23}$$

karena $e^{-t} = (1 - t + \frac{t^2}{2!} - \frac{t^3}{3!} + \cdots)$, sehingga persamaan (23) menjadi

$$u(x,t) = \cos xe^{-t} + \sin x(1 - e^{-t}). \tag{24}$$

Persamaan (24) merupakan solusi eksak untuk persamaan (19).

Catatan 2: Perhatikan suku-suku yang diperoleh dari kedua metode tersebut, yaitu $u_0, u_1, \cdots, u_k$ dan $a_0, a_1, \cdots, a_k$. Jika solusi hampiran menggunakan banyak suku yang sama untuk kedua metode, yaitu N suku, maka berlaku

$$\sum_k^N u_k = \sum_k^N \frac{a_k t^k}{k!} + (-1)^N \frac{t^{N+1}}{(N+1)!}\sin x. \tag{25}$$

Berdasarkan persamaan (25) terlihat bahwa jika kedua metode sama-sama menggunakan N suku untuk menghampiri solusi persamaan (19), maka terdapat perbedaan antara kedua metode sebesar $(-1)^{(N)}\frac{t^{N+1}}{(N+1)!}\sin x$.

Contoh 3 Selesaikan persamaan nonlinear berikut

$$u_t + u_x^2 = 0, \qquad u(x,0) = -x^2 \tag{26}$$

Penyelesaian:

Dengan menggunakan metode yang sama berdasarkan contoh 1, diperoleh solusi persamaan (26) adalah

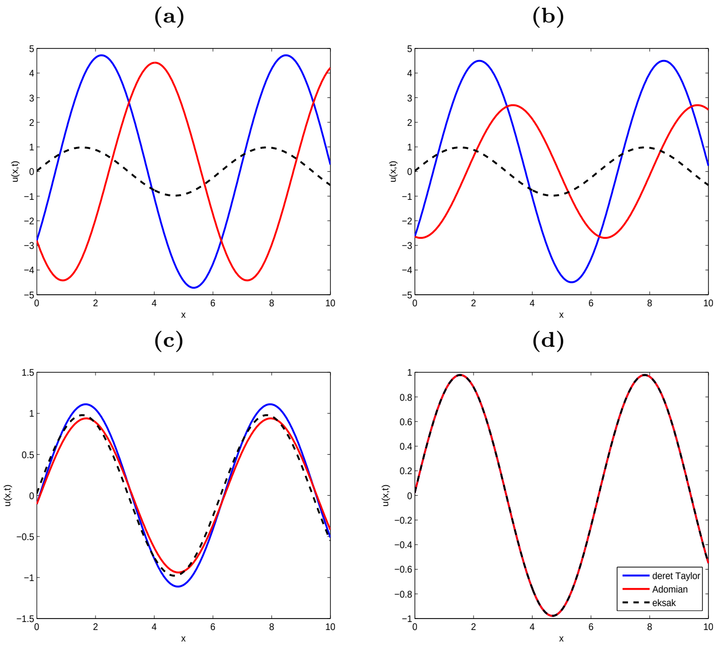
$$u(x,t) = x^2[-1 - 4t - (4t)^2 - (4t)^3 - \cdots].$$

dengan solusi eksak untuk persamaan (26) yaitu

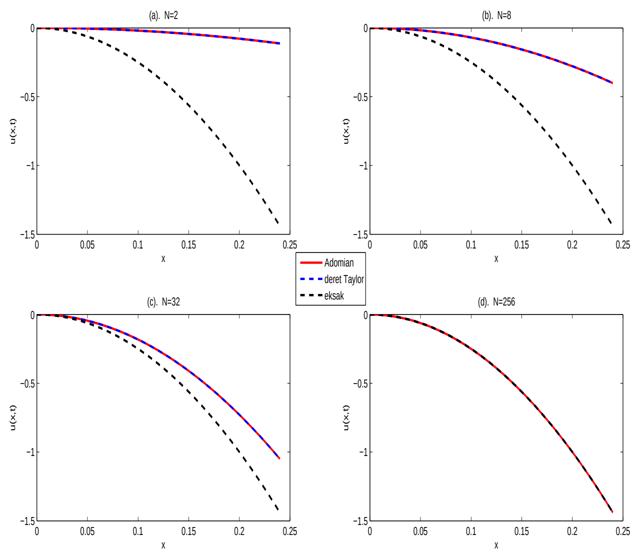
$$u(x,t) = -\frac{x^2}{1-4t}, \qquad |4t| < 1,$$

karena, $-1(1 + 4t + (4t)^2 + \cdots) = (-1)(1/1 - 4t)$, untuk $|4t| < 1$.

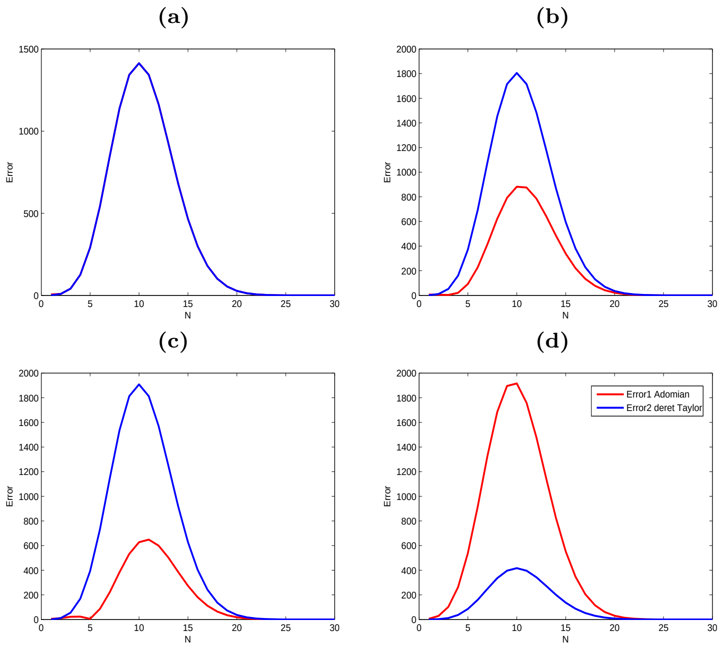
Berikut ini diberikan grafik perbandingan solusi hampiran masalah nilai awal Contoh 2 dan Contoh 3 untuk N yang berbeda, dengan solusi eksak.



Gambar 1: Perbandingan grafik dari solusi metode dekomposisi Adomian, solusi deret Taylor dan solusi eksak Contoh 2 dengan menyatakan N suku untuk setiap x saat $t = 3.8$



Gambar 2: Perbandingan Grafik dari solusi metode dekomposisi Adomian, solusi deret Taylor dan solusi eksak Contoh 3 dengan menyatakan N suku yang berbeda untuk setiap x saat $t = 0.24$



Gambar 3: Grafik perbandingan antara eror solusi Metode dekomposisi Adomian dan eror solusi Taylor Contoh 2 dengan (a). $x = 0$, (b). $x = 2.8$, (c). $x = 5.8$, (d). $x = 10$, saat $t = 10$ disetiap N suku

Berdasarkan beberapa ilustrasi numerik yang diberikan Gambar 1 dan Gambar 2 terlihat bahwa semakin besar N maka solusi hampiran akan semakin dekat dengan solusi eksak. Sedangkan Gambar 3 untuk Contoh 2, terlihat bahwa error solusi hampiran mencapai nilai maksimum saat $N = 10$. Selanjutnya solusi hampiran akan konvergen ke solusi eksak, untuk $N \geq 25$. Hal ini terlihat dari errornya semakin mendekati nol. Selain itu terlihat juga bahwa tidak ada perbedaan antara solusi hampiran yang diperoleh dari Metode dekomposisi Adomian dengan solusi dari penerapan deret taylor untuk Contoh 3.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Adomian, G. 1994. *Solving Frontier Problems of Physics: The Decomposition Method*. Kluwer-Academic Press, Boston.

[2] Kutafina, E. 2011. Taylor Series for the Adomian Decomposition Method. *International Journal of Computer Mathematics*. **17**: 3677-3684.

[3] Kaya, D. 1998. A New Approach to Solve a Nonlinear Wave Equation. *Bulletin of Malaysian Mathematical Society*. **21**: 95-100.

[4] Philips, G. M. M. & P. J. Taylor. 1996. *Theory and Applications of Numerical Analisis*, 2^{nd} Ed. Academic Press Inc, San Diego.

[5] Wazwaz, A. M. 2009. *Parsial Differential Equation and Solitary Waves Teory*. Higher Education Press. Beijing.