

MENENTUKAN NILAI CADANGAN YANG DISESUAIKAN PADA ASURANSI JIWA BERJANGKA BERPASANGAN DENGAN METODE ILLINOIS

Jefrianda^{1*}, Hasriati², Aziskhan²

¹Mahasiswa Program S1 Matematika

²Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau

Kampus Bina Widya 28293 Indonesia

*jefrianda09@yahoo.com

ABSTRACT

Prospective reserve of term life insurance pairwise is determined by using the assumptions of net premiums which is influenced by the agent commission fee on life insurance companies. In this paper, a prospective reserve is determined by using the method of Illinois with a maximum reserve limit of 20 years cost with the adjusted premiums assumption.

Key words: *method of Illinois, premiums, prospective reserve, term life insurance pairwise.*

ABSTRAK

Cadangan prospektif asuransi jiwa berjangka berpasangan ditentukan dengan menggunakan asumsi premi bersih yang dipengaruhi oleh biaya komisi agen pada perusahaan asuransi jiwa. Pada kertas kerja ini ditentukan cadangan prospektif yang disesuaikan menggunakan metode Illinois dengan batasan cadangan maksimal biaya 20 tahun pembayaran dengan asumsi premi yang disesuaikan.

Kata kunci: asuransi jiwa berjangka berpasangan, cadangan prospektif, premi, metode Illinois.

1. PENDAHULUAN

Cadangan premi merupakan besarnya uang yang ada pada perusahaan dalam jangka waktu pertanggunggaan [2]. Cadangan premi dalam asuransi jiwa dihimpun dari premi yang diperoleh dari pemegang polis, sebagai kewajiban perusahaan asuransi terhadap pemegang polis di masa mendatang ketika terjadi klaim dari tertanggung, agar perusahaan asuransi tidak kesulitan membayar uang santunan.

Berdasarkan waktu perhitungan premi, cadangan premi dihitung berdasarkan premi bersih tahunan dan dengan dipengaruhi oleh biaya komisi agen pada perusahaan asuransi. Perhitungan cadangan premi dengan menggunakan asumsi premi disesuaikan disebut dengan perhitungan cadangan yang disesuaikan.

Besarnya nilai cadangan yang disesuaikan dihitung menggunakan metode Illinois. Metode Illinois membatasi biaya yang dibebankan perusahaan asuransi kepada peserta asuransi pada pembayaran premi tahunan dengan batasan cadangan maksimal 20 tahun pembayaran.

Pada [4], perhitungan cadangan premi disesuaikan menggunakan asumsi premi bersih disesuaikan dengan status hidup perorangan. Pada kertas kerja ini, cadangan premi disesuaikan dengan asumsi premi disesuaikan, ditentukan oleh asuransi jiwa berjangka yang diikuti dua orang peserta asuransi jiwa dalam satu polis (berpasangan) [3] dengan uang pertanggungan dibayarkan segera dan menggunakan metode Illinois [4].

2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP AWAL BERJANGKA DAN PREMI TAHUNAN ASURANSI JIWA BERJANGKA UNTUK BERPASANGAN

Pada bagian ini dibahas mengenai anuitas hidup awal berjangka dan premi asuransi jiwa berjangka untuk status hidup berpasangan yang diberikan oleh [1] dan [2]. Anuitas hidup awal berjangka untuk berpasangan merupakan anuitas hidup dari peserta asuransi jiwa yang berusia x dan y tahun, dengan pembayaran berlangsung selama jangka waktu tertentu yang telah disepakati oleh kedua peserta asuransi dan perusahaan asuransi jiwa, dengan ${}_t p_{xy}$ peluang hidup berpasangan peserta asuransi jiwa dan v faktor diskon yang dinyatakan dengan persamaan

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_{xy} .$$

Dengan x dan y menyatakan usia peserta asuransi jiwa dan l_{xy} menyatakan banyaknya peserta asuransi jiwa berusia x dan y , d_{xy} menyatakan jumlah orang yang meninggal pada usia x sampai $x + 1$ tahun dan y sampai $y + 1$ tahun dan ω menyatakan usia tertinggi dari peserta asuransi, maka fungsi komutasi berpasangan [3] dinyatakan dengan persamaan

$$D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy} .$$

$$N_{xy} = D_{xy} + D_{x+1,y+1} + D_{x+2,y+2} + D_{x+3,y+3} + \dots + D_{\omega\omega} .$$

$$\bar{C}_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)+\frac{1}{2}} + d_{xy} .$$

$$\bar{M}_{xy} = \bar{C}_{xy} + \bar{C}_{x+1,y+1} + \bar{C}_{x+2,y+2} + \bar{C}_{x+3,y+3} + \dots + \bar{C}_{\omega\omega} .$$

Selanjutnya anuitas hidup awal berjangka untuk berpasangan dalam bentuk fungsi komutasi diberikan oleh persamaan

$$\ddot{a}_{xy:\overline{n}|} = \frac{N_{xy} - N_{x+n,y+n}}{D_{xy}}.$$

Untuk jangka pertanggung $h - t$ tahun dan usia peserta asuransi jiwa $x + t$ dan $y + t$ tahun, dengan $0 \leq t \leq n$, maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka berpasangan menjadi

$$\ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-t}|} = \frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+h,y+h}}{D_{x+t,y+t}}.$$

Premi asuransi jiwa berjangka merupakan sejumlah uang yang harus dibayar peserta asuransi jiwa kepada perusahaan asuransi selama jangka waktu tertentu. Berdasarkan cara pembayarannya, premi asuransi jiwa berjangka dibedakan menjadi premi tunggal dan premi tahunan.

Premi tunggal adalah pembayaran premi asuransi jiwa yang dibayarkan sekaligus pada waktu kontrak asuransi disetujui. Premi tunggal pada asuransi jiwa berjangka berpasangan dengan uang santunan dibayarkan segera apabila terjadi klaim dinyatakan oleh persamaan berikut

$$\overline{A}^1_{xy:\overline{n}|} = \frac{\overline{M}_{xy} - \overline{M}_{x+n,y+n}}{D_{xy}}.$$

Untuk jangka pertanggung selama $n - t$ tahun dan usia peserta asuransi $x + t$ dan $y + t$ tahun, dengan $0 \leq t \leq n$, maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka berpasangan adalah

$$\overline{A}^1_{x+t,y+t:\overline{n-t}|} = \frac{\overline{M}_{x+t,y+t} - \overline{M}_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}}.$$

Premi tahunan merupakan premi yang dibayarkan setiap tahun oleh peserta asuransi dalam masa kontrak asuransi berlangsung. Premi tunggal asuransi sama dengan premi tahunan dikalikan anuitas, sehingga perhitungan premi tahunan asuransi jiwa berjangka n tahun dengan masa pembayaran premi selama h tahun dinyatakan dengan menggunakan persamaan

$${}_hP \left(\overline{A}^1_{xy:\overline{n}|} \right) = \frac{\overline{M}_{xy} - \overline{M}_{x+n,y+n}}{N_{xy} - N_{x+h,y+h}}.$$

3. CADANGAN DISESUAIKAN DENGAN METODE ILLINOIS

Perhitungan cadangan premi tahunan merupakan perhitungan cadangan berdasarkan besarnya premi bersih. Cadangan prospektif premi tahunan untuk asuransi jiwa berjangka berpasangan untuk $t < h$ dinyatakan dengan persamaan

$${}^h_t\bar{V}_{xy:\overline{n}|}^1 = \bar{A}_{x+t,y+t:\overline{n-t}|}^1 - {}_hP \left(\bar{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-t}|}.$$

Cadangan prospektif untuk premi tahunan pada asuransi jiwa berjangka berpasangan dengan $t \geq h$ dinyatakan

$${}^h_t\bar{V}_{xy:\overline{n}|}^1 = \bar{A}_{x+t,y+t:\overline{n-t}|}^1.$$

Nilai tunai dari premi bersih dengan jangka pembayaran premi h tahun dinyatakan dengan persamaan

$$T = {}_hP \left(\bar{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \ddot{a}_{xy:\overline{g}|} + {}_hP \left(\bar{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) g | \ddot{a}_{xy:\overline{h-g}|}, \quad (1)$$

dengan $g | \ddot{a}_{xy:\overline{h-g}|}$ anuitas hidup awal berjangka berpasangan berusia x dan y tahun yang pembayarannya ditunda selama g tahun dan pembayarannya dilakukan selama $h - g$ tahun.

Premi disesuaikan merupakan premi yang dinyatakan dengan α untuk premi bersih pada tahun pertama dan β untuk premi bersih pada tahun-tahun berikutnya (premi bersih untuk $(g - 1)$ tahun berikutnya) [4]. Nilai tunai premi disesuaikan dengan jangka pembayaran premi h tahun pada asuransi jiwa berjangka dinyatakan dengan persamaan

$$T = \alpha + \beta \ddot{a}_{xy:\overline{g-1}|} + {}_hP \left(\bar{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) g | \ddot{a}_{xy:\overline{h-g}|}, \quad (2)$$

Cadangan disesuaikan merupakan perhitungan cadangan premi yang menggunakan asumsi premi disesuaikan [4]. Perhitungan cadangan tersebut dilakukan dengan dasar pengeluaran diwaktu yang akan datang ditambahkan dengan biaya komisi agen (γ) perusahaan asuransi yang dinyatakan pada persamaan

$${}^h_t\bar{V}_{xy:\overline{n}|}^1 = \bar{A}_{x+t,y+t:\overline{n-t}|}^1 - \beta \ddot{a}_{xy:\overline{g-t}|} - {}_hP \left(\bar{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) g-t | \ddot{a}_{x+t,y+t:\overline{h-g}|}, \quad (3)$$

dari persamaan (1) dan (2) bahwa nilai tunai dari premi bersih ekivalen dengan nilai tunai premi yang disesuaikan dinyatakan dengan persamaan

$$\alpha + \beta \ddot{a}_{xy:\overline{g-1}|} = {}_hP \left(\bar{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \ddot{a}_{xy:\overline{g}|}. \quad (4)$$

Metode Illinois adalah metode perhitungan cadangan yang diberikan oleh persamaan (3) yang disesuaikan berdasarkan premi yang disesuaikan dengan batasan 20 tahun pembayaran. Perhitungan cadangan tersebut digunakan premi tahun pertama sebesar $P - \alpha$ sehingga $\alpha < P$, sisa dari $P - \alpha$ di gunakan perusahaan untuk komisi agen (γ) dan kemudian akan dibayar dari premi tahun-tahun berikutnya, oleh karena itu $\beta > P$, sehingga

$$\alpha < P < \beta \text{ dan } \beta - \alpha = \gamma. \quad (5)$$

Premi disesuaikan pada metode Illinois merupakan premi tahunan yang telah dipengaruhi komisi agen (γ), sehingga premi disesuaikan dengan batasan 20 tahun pembayaran merupakan premi bersih pada tahun pertama (α), (β) premi bersih untuk $(20 - 1)$ tahun berikutnya dan P premi bersih untuk tahun-tahun berikutnya. Berdasarkan persamaan (4), premi disesuaikan pada metode Illinois dinyatakan dengan persamaan

$$\alpha + \beta \ddot{a}_{xy:\overline{19}|} = {}_hP \left(\overline{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \ddot{a}_{xy:\overline{20}|}, \quad (6)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (5) ke persamaan (6), diperoleh

$$\beta = \frac{{}_hP \left(\overline{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \ddot{a}_{xy:\overline{20}|} + \gamma}{1 + \ddot{a}_{xy:\overline{19}|}}.$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (3) maka cadangan yang disesuaikan pada asuransi jiwa berjangka berpasangan dengan metode illinois dalam bentuk komutasi dinyatakan dengan persamaan

$${}_tV_{xy:\overline{n}|}^{1ill} = \frac{\overline{M}_{x+t,y+t} - \overline{M}_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} - \beta \frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+20,y+20}}{D_{x+t,y+t}} - {}_hP \left(\overline{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \frac{N_{x+20,y+20} - N_{x+h,y+h}}{D_{x+t,y+t}}, \quad t \leq 20.$$

$${}_tV_{xy:\overline{n}|}^{1ill} = \frac{\overline{M}_{x+t,y+t} - \overline{M}_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}} - {}_hP \left(\overline{A}_{xy:\overline{n}|}^1 \right) \frac{N_{x+t,y+t} - N_{x+h,y+h}}{D_{x+t,y+t}}, \quad 20 < t \leq h.$$

$${}_tV_{xy:\overline{n}|}^{1ill} = \frac{\overline{M}_{x+t,y+t} - \overline{M}_{x+n,y+n}}{D_{x+t,y+t}}, \quad h < t \leq n.$$

4. CONTOH

Suami istri mengikuti asuransi jiwa berjangka selama 28 tahun dengan uang santunan sebesar Rp10.000.000,00 yang diberikan langsung pada saat peserta asuransi jiwa berjangka meninggal dunia, dengan pembayaran premi bersih selama 25 tahun. Akan ditentukan cadangan prospektif serta cadangan yang disesuaikan dengan metode Illinois untuk masa pertanggungan 28 tahun, berdasarkan metode prospektif untuk asuransi jiwa berjangka berpasangan dengan usia suami 34 tahun dan istri 31 tahun. Dengan Tabel Mortalita Indonesia 1999, 2.5%.

Diketahui usia suami $x = 34$, usia istri $y = 31$, masa pertanggungan $n = 28$, dan pembayaran premi bersih $h = 25$ dengan uang santunan $B = 10^7$. Premi tahunan

asuransi jiwa berjangka berpasangan dengan menggunakan fungsi komutasi pada tabel mortalita indonesia 1999 yaitu

$${}_hP \left(\bar{A}_{34,31:\overline{28}|}^1 \right) = 10^7 \frac{\bar{M}_{34,31} - \bar{M}_{62,59}}{N_{34,31} - N_{59,56}} = \text{Rp}80.889,62,$$

dengan tingkat bunga $i = 0.025$, cadangan premi tahunan untuk $t < h$ dengan $t = 1$ yaitu

$${}_{1|}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^1 = 10^7 \frac{\bar{M}_{35,32} - \bar{M}_{62,59}}{D_{35,32}} - {}_{25}P \left(\bar{A}_{34,31:\overline{28}|}^1 \right) \frac{N_{35,32} - N_{59,56}}{D_{35,32}} = \text{Rp}56.478,55.$$

Cadangan premi tahunan untuk $t \geq h$ dengan $t = 26$ yaitu

$${}_{26}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^1 = 10^7 \frac{\bar{M}_{60,57} - \bar{M}_{62,59}}{D_{60,57}} = \text{Rp}448.357,73,$$

dan biaya komisi agen perusahaan asuransi jiwa yaitu $\gamma = 5\%$ pada cadangan yang disesuaikan dengan metode Illinois yaitu

$$\beta = \frac{{}_{25}P \left(\bar{A}_{34,31:\overline{28}|}^1 \right) \ddot{a}_{34,31:\overline{20}|} + 0,05}{1 + \ddot{a}_{34,31:\overline{19}|}} = 78673,84806.$$

Cadangan yang disesuaikan dengan metode Illinois pada asuransi jiwa berjangka berpasangan untuk $t \leq 20$ dengan $t = 1$ yaitu

$$\begin{aligned} {}_{1|}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^{ill} &= 10^7 \frac{\bar{M}_{35,32} - \bar{M}_{62,59}}{D_{35,32}} - \beta \frac{N_{35,42} - N_{54,51}}{D_{35,32}} - \\ & {}_{25}P \left(\bar{A}_{34,31:\overline{28}|}^1 \right) \frac{N_{54,51} - N_{59,56}}{D_{35,32}} \\ {}_{1|}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^{ill} &= \text{Rp}89.372,14. \end{aligned}$$

Untuk $20 < t \leq h$ dengan $t = 21$ yaitu

$$\begin{aligned} {}_{21}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^{ill} &= 10^7 \frac{\bar{M}_{55,52} - \bar{M}_{62,59}}{D_{55,52}} - {}_{25}P \left(\bar{A}_{34,31:\overline{28}|}^1 \right) \frac{N_{55,52} - N_{59,56}}{D_{55,52}} \\ {}_{21}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^{ill} &= \text{Rp}823.662,66, \end{aligned}$$

dan untuk $h < t \leq n$ dengan $t = 26$ yaitu

$${}_{26}^{25}\bar{V}_{34,31:\overline{28}|}^{ill} = \frac{\bar{M}_{60,57} - \bar{M}_{62,59}}{D_{60,57}} = \text{Rp}448.357,73.$$

Cadangan premi dan cadangan yang disesuaikan dengan metode Illinois pada asuransi jiwa berjangka berpasangan untuk masa pertanggungan asuransi 28 tahun dan masa pembayaran premi selama 25 tahun sebagai berikut

Tabel 1. Tabel cadangan prospektif dan cadangan prospektif yang disesuaikan dengan metode Illinois pada asuransi jiwa berjangka berpasangan untuk usia pria 34 dan wanita 31 tahun

Tahun	Premi Bersih (Rp)	Cadangan Premi (Rp)	Cadangan disesuaikan dengan Metode Illinois (Rp)
1	80889.62	56478.55	89372.14
2	80889.62	113548.97	145079.84
3	80889.62	170716	200850.79
4	80889.62	227888.91	256593.2
5	80889.62	284976.74	312214.97
6	80889.62	341886.78	367622.17
7	80889.62	398524.45	422718.89
8	80889.62	454588.77	477203.2
9	80889.62	509474.64	530469.45
10	80889.62	562756.14	582090.49
11	80889.62	613595.86	631228.08
12	80889.62	661328.65	677215.45
13	80889.62	705056.17	719152.46
14	80889.62	743943.42	756201.61
15	80889.62	777312.31	787681.45
16	80889.62	804441.37	812866.62
17	80889.62	824365.33	830787.46
18	80889.62	836659.57	841013.87
19	80889.62	840853.76	843069.53
20	80889.62	837041.85	837041.85
21	80889.62	823662.34	823662.66
22	80889.62	798887.86	798887.86
23	80889.62	759955.69	759955.69
24	80889.62	704411.3	704411.3
25	80889.62	629473.75	629473.75
26	-	448357.73	448357.73
27	-	239925.66	239925.66
28	-	0	0

5. KESIMPULAN

Cadangan yang disesuaikan dengan metode Illinois menghasilkan cadangan yang lebih besar dibandingkan cadangan premi tahunan yang mana pada asuransi jiwa berjangka berpasangan selama n tahun dan pembayaran premi bersih selama h tahun yang dipengaruhi oleh komisi agen pada perusahaan asuransi jiwa. Premi bersih sebesar P dengan α merupakan premi yang disesuaikan untuk tahun pertama, maka dapat juga disimpulkan bahwa β merupakan premi yang disesuaikan untuk $g - 1$ tahun berikutnya, premi bersih lebih besar dibandingkan dengan premi yang disesuaikan pada tahun pertama, dan premi bersih lebih kecil dibandingkan dengan premi yang disesuaikan untuk $g - 1$ tahun berikutnya, dinyatakan dengan $\alpha < P < \beta$.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Dickson, D. C. M., M. R. Hardy, & H. R. Waters. 2009. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. Cambridge University Pres, New York.
- [2] Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Jokan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [3] Futami, T. 1994. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian II*. Terj. dari *Seimei Hoken Sugaku, Gekan ("92 Revision)*, oleh Herliyanto, G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.
- [4] Menge, W. O. & C. H. Fischer. 1985. *The Mathematics of Life Insurance*. Ulrich's Books Inc. United States.