

SIMULASI DATA CURAH HUJAN HARIAN PADA DAS SIAK MENGGUNAKAN STOKASTIK RANTAI MARKOV

Berlina Julyanti, Mardani Sebayang, Bambang Sudjatmoko

Jurusan Teknik Sipil, Fakultas Teknik, Universitas Riau
Kampus Bina Widya Jl. HR Soebrantas KM 12,5 Pekanbaru, Kode Pos 28293
email: berlina_julyanti@yahoo.co.id

ABSTRACT

The purpose of this study is to predict daily rainfall data and gain an overview of the parameters of daily rainfall simulation models to investigate two state, the dry state and the wet state. Analysis of daily rainfall simulation models in the Siak river basin consists of two main models, namely simulated rainy days and dry days and simulation of the rainfall with Markov chain . Daily rainfall data 1983 to 2011 is taken from the Badan Wilayah Sungai (BWS) III Riau Province. The stations are Buatan Station, Kandis Station, Pekanbaru station, Petapahan Baru station. Rainfall data were divided into 4 length data 10, 15, 20 and 28 years. Each time series was constructed such that the events in question had the same opportunities as continuous recording results. Rainfall simulation results were tested using Chi Square test. With the increase in length of data used, generally will result in the value of Chi-Square are smaller and have a smaller error rate. To predict rainfall 2011-2020 used 28 years of data length of each station on the Siak river basin.

Keywords: dry state, wet state, Markov chain, length of data, chi squared test,

PENDAHULUAN

Salah satu data yang paling penting dalam proses hidrologi yaitu data curah hujan, karena jumlah tinggi hujan (*rainfall depth*) akan ditransformasikan menjadi aliran di sungai, baik sebagai limpasan permukaan (*surface runoff*), aliran antara (*interflow, sub surface flow*) maupun sebagai aliran air tanah (*groundwater flow*). Curah hujan adalah jumlah air hujan yang turun pada suatu daerah dalam waktu tertentu. Curah hujan diukur dalam jumlah harian, bulanan, dan tahunan oleh stasiun penakar hujan.

Curah hujan merupakan salah satu faktor yang menentukan dalam perencanaan pembangunan infrastruktur seperti perencanaan drainase, gorong-gorong, dan sebagainya. Keberhasilan perencanaan tersebut ditentukan oleh tersedianya data curah hujan yang kontinu dan akurat, serta analisa hidrologi yang sesuai. Dalam beberapa kasus sering terjadi bahwa catatan data curah hujan yang panjang tidak tersedia,

akibat rusaknya alat pengukur atau sebab lainnya. Hal ini merupakan suatu kekurangan serius, sebab suatu rangkaian data penelitian yang didapat tidaklah identik dengan kejadian di masa mendatang, sehingga sifat data tersebut kurang memberikan informasi untuk suatu perancangan yang teliti.

Untuk mengatasi ketidakpastiaan tersebut maka digunakan model stokastik untuk menurunkan data, yang menirukan sifat statistik data tercatat. Melalui fungsi matematis dapat dibuat rangkaian waktu hasil pencatatan, tetapi dengan tetap mempertahankan sebagian dari sifat-sifat statistiknya. Analisa stokastik digunakan karena faktor ketidakpastian yang menyertai suatu watak hidrologis.

Salah satu cara simulasi data curah hujan harian adalah dengan menggunakan model stokastik Rantai Markov. Model ini menggunakan data curah hujan yang pernah terjadi (*historical*) untuk mengestimasi matrik probabilitas transisi.

Hasil penelitian Muhammad Khallilulah (2012) menyatakan bahwa stokastik rantai Markov dapat memberikan hasil yang memuaskan dan cukup mewakili (*representative*). Oleh karena itu, Peneliti ingin melanjutkan stokastik rantai Markov di salah satu Daerah Aliran Sungai (DAS) yang ada di Provinsi Riau yaitu DAS Siak.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memprediksi data curah hujan pada masing-masing stasiun dari DAS Siak yang akan terjadi 10 tahun berikutnya dengan rantai Markov. Selain itu, hasil penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan tentang penggunaan stokastik rantai Markov pada data yang telah ada dan juga sebagai pedoman bagi masyarakat khususnya dalam perencanaan drainase yang berkaitan dengan banjir pada sungai Siak.

| Keadaan | basah | kering |
|---------|-------|-----------|
| basah | P_1 | $1 - p_1$ |
| kering | P_0 | $1 - p_0$ |

TINJAUAN PUSTAKA

a. Uji konsistensi data

Sebelum data hidrologi tersebut digunakan, harus dilakukan pengujian terhadap konsistensinya. Konsistensi dari pencatatan hujan dalam penelitian ini diperiksa menggunakan metode *Rescaled Adjusted Partial Sums* (RAPS).

$$S_k^* = \sum_{i=1}^k (Y_i - \bar{Y})$$

$$S_k^{**} = \frac{S_k^*}{Dy}$$

dengan:

$k = 1, 2, 3, \dots, n$

$Dy =$ standar deviasi

$S_k^* =$ nilai kumulatif penyimpangan rata-rata

$S_k^{**} =$ hasil nilai uji RAPS

b. Uji outlier

Outlier adalah data dengan nilai jauh berada di antara data-data yang lain. Keberadaan *outlier* biasanya mengganggu pemilihan jenis distribusi frekuensi untuk suatu sampel data. Persamaan yang digunakan untuk uji *outlier* adalah sebagai berikut :

$$X_H = \exp(\bar{X} + Kn.S)$$

$$X_L = \exp(\bar{X} - Kn.S)$$

dengan:

$X_L =$ batas ambang bawah

$X_H =$ batas ambang atas

$\bar{X} =$ nilai rata-rata

$S =$ simpangan baku dari logaritma sampel data

$Kn =$ besaran yang tergantung jumlah sampel data

c. Simulasi hari basah dan hari kering

Dalam simulasi ini, suatu hari basah didefinisikan sebagai proses kesinambungan dari masing-masing hari yang mana telah tercatat (mempunyai nilai) ≥ 10 mm dari rekaman data curah hujan. Dan jika tercatat ≤ 10 mm, (-) atau kosong artinya tidak ada hujan maka dianggap sebagai hari kering.

Jadi probabilitas dari hari basah dengan lamanya hari k dan probabilitas hari kering dengan lamanya hari m adalah :

$$P_r(X = k) = (1 - p_1) p_1^{(k-1)}$$

$$P_r(Y = m) = p_0 (1 - p_0)^{(m-1)}$$

Adapun langkah-langkah simulasinya adalah sebagai berikut:

1. Buat matriks probabilitas transisi dari hari basah dan kering, dan tentukan nilai p_0 dan p_1 .
2. Gunakan nilai p_0 dan p_1 ke dalam persamaan di atas.
3. Langkah no. 2 dikumulatifkan, sehingga diperoleh dua fungsi distribusi kumulatif $F(k)$ dan $G(m)$.
4. Gunakan bilangan acak distribusi seragam pada interval (0,1) untuk membaca durasi hari basah dari fungsi distribusi hari basah dan bilangan acak yang lain untuk membaca durasi hari kering dari fungsi distribusi hari kering.
5. Langkah no. 4 diulang secara bergantian untuk hari basah dan kering dan berakhir ketika jumlah hari hingga sama dengan atau lebih besar dari banyak hari yang akan rencanakan.
6. Langkah no. 4 dan no. 5 dilakukan secara berulang-ulang dengan mengganti angka

acak sehingga didapatkan hasil yang memuaskan.

d. Mensimulasikan besar curah hujan

Adapun langkah-langkah simulasi menggunakan stokastik rantai Markov adalah sebagai berikut:

- a) Rentang data dibagi dalam kelas sebanyak K,
- b) Buat matriks dengan ordo (K) x (K),

$$\begin{bmatrix} f_{(0,0)} & f_{(0,1)} & \cdots & f_{(0,j)} \\ f_{(1,0)} & f_{(1,1)} & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{(i,0)} & \cdots & \cdots & f_{(i,j)} \end{bmatrix}$$

- c) Matrik tersebut digunakan untuk menentukan matrik probabilitas transisi :
- d) Untuk melengkapi model, tentukan nilai p_{ij} . Dalam penelitian ini digunakan distribusi gamma untuk setiap kelas, yaitu:

$$p_{ij} = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \int_{x_1}^{x_2} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx$$

- e) Hitung parameter α dan β distribusi gamma untuk tiap interval, yaitu:

$$\alpha = \frac{\mu^2}{\sigma^2} \text{ dan } \beta = \frac{\sigma^2}{\mu}$$

dengan:

μ = nilai rata-rata dari frekuensi tiap kelas
 σ^2 = nilai variansi dari frekuensi tiap kelas

- f) Setelah konstruksi matriks transisi lengkap, angka acak pada interval (0,1) dihasilkan sebagai probabilitas transisi nilai curah hujan berikutnya (r_j) didapatkan berkaitan dengan probabilitas P_{oi} dengan memasukkan kolom pertama matriks transisi. Prosedur ini diulang dengan menghasilkan angka acak berikutnya dan memasukkan kolom ke i dari matriks transisi.
- g) Proses simulasi dilakukan secara simultan pada 4 stasiun pengukur hujan dengan menggunakan rangkaian yang sama dari angka acak dan matriks transisi yang berbeda pada masing-masing stasiun.

e. Uji Kecocokan

Uji kecocokan bertujuan untuk menentukan tingkat penyimpangan atau perbedaan antara data pengamatan dengan hasil simulasi. Dengan membandingkan dua data tersebut maka dapat disimpulkan apakah simulasi menggunakan rantai Markov ini mampu meramal curah hujan yang akan datang dengan panjang data tertentu. Untuk mengetahui tingkat kesalahan dari simulasi, pada penelitian ini dilakukan uji kecocokan berupa uji Chi-Kuadrat.

Dikarenakan data yang diuji adalah data rasio, maka data harus dibentuk dalam kelas-kelas sehingga menjadi data nominal. Rumus dasar Chi-Kuadrat adalah (Sugiyono, 2010):

$$\chi_h^2 = \sum_{i=1}^G \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

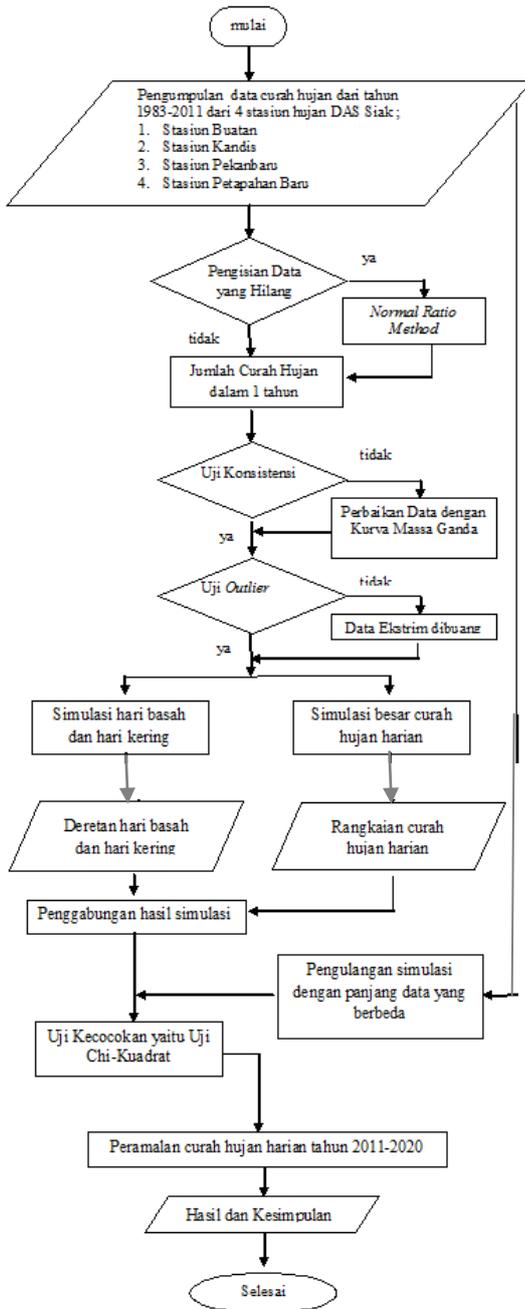
dengan:

- χ_h^2 = Parameter Chi-Kuadrat terhitung
- n = Jumlah sub kelompok
- O_i = Frekuensi dari data yang diobservasi pada sub kelompok i
- E_i = Frekuensi dari data yang diharapkan pada sub kelompok i dengan derajat kebebasan
- (dk) = $n - 1$

Sesuai dengan tujuan penelitian, maka uji Chi-Kuadrat terdapat 2 (dua) macam yaitu pengujian hasil simulasi terhadap data pengamatan (data hasil pengukuran) dan pengujian hasil simulasi terhadap distribusi gamma.

METODOLOGI PENELITIAN

Proses pelaksanaan studi ini pada prinsipnya terbagi dalam tiga bagian yaitu pengumpulan data, pengolahan data/perhitungan dan keluaran berupa hasil analisa sebagai rekomendasi kepada pihak yang membutuhkan. Langkah-langkah yang diambil dalam prosedur penelitian ini adalah studi literatur dan pengumpulan data. Pola pikir pelaksanaan studi dalam penelitian ini adalah seperti yang digambarkan dalam bagan alir di bawah ini.



HASIL DAN PEMBAHASAN

a. Uji Konsistensi

Tabel 1. Uji Konsistensi DAS Siak Stasiun Buatan dengan RAPS

| | Tahun | mm | $(x - \bar{x})$ | S_k^* | S_k^{**} | $ S_k^{**} $ |
|-----------------|-------|----------|-----------------|-----------|------------|--------------|
| 1 | 1983 | 1776.5 | -121.128 | -121.128 | -0.331 | 0.331 |
| 2 | 1984 | 2687 | 789.372 | 668.245 | 1.826 | 1.826 |
| 3 | 1985 | 1613.1 | -284.528 | 383.717 | 1.048 | 1.048 |
| 4 | 1986 | 2156.8 | 259.172 | 642.890 | 1.756 | 1.756 |
| 5 | 1987 | 1725.5 | -172.128 | 470.762 | 1.286 | 1.286 |
| 6 | 1988 | 2048 | 150.372 | 621.134 | 1.697 | 1.697 |
| 7 | 1989 | 1148 | -749.628 | -128.493 | -0.351 | 0.351 |
| 8 | 1990 | 1332.6 | -565.028 | -693.521 | -1.895 | 1.895 |
| 9 | 1991 | 1539.4 | -358.228 | -1051.748 | -2.873 | 2.873 |
| 10 | 1992 | 1789 | -108.628 | -1160.376 | -3.170 | 3.170 |
| 11 | 1993 | 1838 | -59.628 | -1220.003 | -3.333 | 3.333 |
| 12 | 1994 | 1791 | -106.628 | -1326.631 | -3.624 | 3.624 |
| 13 | 1995 | 1969 | 71.372 | -1255.259 | -3.429 | 3.429 |
| 14 | 1996 | 1569.50 | -328.128 | -1583.386 | -4.326 | 4.326 |
| 15 | 1997 | 2010 | 112.372 | -1471.014 | -4.019 | 4.019 |
| 16 | 1998 | 1640.9 | -256.728 | -1727.741 | -4.720 | 4.720 |
| 17 | 1999 | 1640.9 | -256.728 | -1984.469 | -5.422 | 5.422 |
| 18 | 2000 | 2052.7 | 155.072 | -1829.397 | -4.998 | 4.998 |
| 19 | 2001 | 2770.2 | 872.572 | -956.824 | -2.614 | 2.614 |
| 20 | 2002 | 2127.1 | 229.472 | -727.352 | -1.987 | 1.987 |
| 21 | 2003 | 2413.8 | 516.172 | -211.179 | -0.577 | 0.577 |
| 22 | 2004 | 1716.4 | -181.228 | -392.407 | -1.072 | 1.072 |
| 23 | 2005 | 1574.5 | -323.128 | -715.534 | -1.955 | 1.955 |
| 24 | 2006 | 2057.9 | 160.272 | -555.262 | -1.517 | 1.517 |
| 25 | 2007 | 2411.5 | 513.872 | -41.390 | -0.113 | 0.113 |
| 26 | 2008 | 1984.4 | 86.772 | 45.383 | 0.124 | 0.124 |
| 27 | 2009 | 2106.1 | 208.472 | 253.855 | 0.694 | 0.694 |
| 28 | 2010 | 1820.8 | -76.828 | 177.028 | 0.484 | 0.484 |
| 29 | 2011 | 1720.6 | -177.028 | -177.028 | -0.484 | 0.484 |
| Rata-rata | | 1897.628 | 0.000 | Max | 1.826 | 5.422 |
| Standar Deviasi | | 366.029 | | Min | -5.422 | |
| | | | | Q | | 5.422 |
| | | | | R | | 7.247 |

(Sumber : Hasil Perhitungan)

Dari hasil analisis diperoleh :

$$Q_{hitung} = 1,006 < Q_{kritik} = 1,46$$

$$R_{hitung} = 1,344 < R_{kritik} = 1,7.$$

Tabel 2. Hasil Uji Konsistensi masing-masing stasiun

| DAS SIAK | | |
|----------------|-----------------|-------------------|
| Stasiun | Uji Konsistensi | |
| | RAPS | Kurva Massa Ganda |
| Buatan | Konsisten | Tidak dilakukan |
| Kandis | Konsisten | Tidak dilakukan |
| Pekanbaru | Konsisten | Tidak dilakukan |
| Petapahan Baru | Konsisten | Tidak dilakukan |

(Sumber : Hasil Perhitungan)

b. Uji Outlier

Uji outlier ini dilakukan dengan menggunakan data jumlah curah hujan tiap tahun. Perhitungan pada DAS Siak untuk stasiun Buatan merupakan salah satu contoh dalam uji outlier yang ditampilkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Uji outlier stasiun Buatan

| No | Tahun | Buatan (mm) | Log Xi | $(\log X_i - \log \bar{X})^2$ |
|-----------------|-------|-------------|----------|-------------------------------|
| 1 | 1983 | 1776.5 | 3.250 | 0.000 |
| 2 | 1984 | 2687 | 3.429 | 0.025 |
| 3 | 1985 | 1613.1 | 3.208 | 0.004 |
| 4 | 1986 | 2156.8 | 3.334 | 0.004 |
| 5 | 1987 | 1725.5 | 3.237 | 0.001 |
| 6 | 1988 | 2048 | 3.311 | 0.002 |
| 7 | 1989 | 1148 | 3.060 | 0.044 |
| 8 | 1990 | 1332.6 | 3.125 | 0.021 |
| 9 | 1991 | 1539.4 | 3.187 | 0.007 |
| 10 | 1992 | 1789 | 3.253 | 0.000 |
| 11 | 1993 | 1838 | 3.264 | 0.000 |
| 12 | 1994 | 1791 | 3.253 | 0.000 |
| 13 | 1995 | 1969 | 3.294 | 0.001 |
| 14 | 1996 | 1569.50 | 3.196 | 0.006 |
| 15 | 1997 | 2010 | 3.303 | 0.001 |
| 16 | 1998 | 1640.9 | 3.215 | 0.003 |
| 17 | 1999 | 1640.9 | 3.215 | 0.003 |
| 18 | 2000 | 2052.7 | 3.312 | 0.002 |
| 19 | 2001 | 2770.2 | 3.443 | 0.030 |
| 20 | 2002 | 2127.1 | 3.328 | 0.003 |
| 21 | 2003 | 2413.8 | 3.383 | 0.013 |
| 22 | 2004 | 1716.4 | 3.235 | 0.001 |
| 23 | 2005 | 1574.5 | 3.197 | 0.005 |
| 24 | 2006 | 2057.9 | 3.313 | 0.002 |
| 25 | 2007 | 2411.5 | 3.382 | 0.013 |
| 26 | 2008 | 1984.4 | 3.298 | 0.001 |
| 27 | 2009 | 2106.1 | 3.323 | 0.003 |
| 28 | 2010 | 1820.8 | 3.260 | 0.000 |
| 29 | 2011 | 1720.6 | 3.236 | 0.001 |
| Jumlah | | | 94.844 | 0.196 |
| Log X Rata-rata | | | 3.270 | |
| Standar Deviasi | | | 0.084 | |
| Kn | | | 2.549 | |
| \bar{X}_n | | | 3046.081 | |
| \bar{X}_l | | | 1140.804 | |

(Sumber : Hasil Perhitungan)

Tabel 4. Hasil Uji Outlier masing-masing stasiun

| DAS SIAK | | | |
|----------------|-------------------|-------------------|-------------|
| Stasiun | Data (mm) | Range (mm) | Uji Outlier |
| Buatan | (1148,0 – 2770,2) | (1140,8 – 3046,1) | memenuhi |
| Kandis | (1421,6 – 2721,9) | (1396,7 – 3270,4) | memenuhi |
| Pekanbaru | (1474,8 – 3286,3) | (1465,2 – 3836,5) | memenuhi |
| Petapahan Baru | (1130,0 – 5437,0) | (1157,1 – 5506,2) | memenuhi |

(Sumber : Hasil Perhitungan)

c. Frekuensi probabilitas bersyarat hari hujan dan kering

Tabel 5. Probabilitas hari hujan dan kering

| periode | hari | Basah | Kering | Total | P_1 | $1 - P_1$ | P_0 | $1 - P_0$ |
|----------------------|--------|-------|--------|-------|--------|-----------|--------|-----------|
| Januari - april | Basah | 137 | 422 | 559 | 0,2451 | 0,7549 | | |
| | Kering | 421 | 2359 | 2780 | | | 0,1514 | 0,8486 |
| Mei - Agustus | Basah | 77 | 377 | 454 | 0,1696 | 0,8304 | | |
| | Kering | 379 | 2611 | 2990 | | | 0,1268 | 0,8732 |
| September - Desember | Basah | 139 | 505 | 644 | 0,2158 | 0,7842 | | |
| | Kering | 508 | 2264 | 2772 | | | 0,1833 | 0,8167 |

(sumber: hasil perhitungan)

d. Frekuensi lamanya hari hujan dan dan kering

Tabel 6. Probabilitas hari hujan dan kering

| k h a r i | Panjang data (tahun) | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|----------------------|----|----|----|-----------|----|----|----|-----------|----|----|----|
| | Periode 1 | | | | Periode 2 | | | | Periode 3 | | | |
| | 10 | 15 | 20 | 28 | 10 | 15 | 20 | 28 | 10 | 15 | 20 | 28 |
| 1 | 10 | 15 | 21 | 30 | 10 | 17 | 23 | 33 | 14 | 19 | 26 | 39 |
| | 8 | 7 | 6 | 4 | 4 | 0 | 3 | 3 | 5 | 3 | 4 | 6 |
| 2 | 20 | 35 | 52 | 77 | 16 | 26 | 36 | 47 | 27 | 32 | 55 | 86 |
| 3 | 4 | 10 | 13 | 17 | 2 | 4 | 5 | 5 | 6 | 9 | 15 | 20 |
| 4 | 2 | 2 | 3 | 3 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 3 | 3 | 4 | 4 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

(Sumber: Hasil perhitungan)

e. Perhitungan Rantai Markov untuk Hari Hujan dan Kering

Tabel 7. Nilai matriks probabilitas steady state pada stasiun Buatan

| Panjang data | Periode | Langkah ke- | Matriks steady state | |
|--------------|---------|-------------|----------------------|--------|
| 28 Tahun | 1 | 4 | 0,1671 | 0,8329 |
| | | | 0,1671 | 0,8329 |
| | | | 0,1324 | 0,8676 |
| | 2 | 4 | 0,1324 | 0,8676 |
| | | | 0,1894 | 0,8106 |
| | | | 0,1894 | 0,8106 |
| 20 Tahun | 1 | 5 | 0,1613 | 0,8387 |
| | | | 0,1613 | 0,8387 |
| | | | 0,1301 | 0,8699 |
| | 2 | 4 | 0,1301 | 0,8699 |
| | | | 0,1788 | 0,8212 |
| | | | 0,1788 | 0,8212 |
| 15 Tahun | 1 | 5 | 0,1541 | 0,8459 |
| | | | 0,1541 | 0,8459 |
| | | | 0,1269 | 0,8731 |
| | 2 | 4 | 0,1269 | 0,8731 |
| | | | 0,1645 | 0,8355 |
| | | | 0,1645 | 0,8355 |
| 10 Tahun | 1 | 5 | 0,1516 | 0,8484 |
| | | | 0,1516 | 0,8484 |
| | | | 0,1155 | 0,8845 |
| | 2 | 4 | 0,1155 | 0,8845 |
| | | | 0,1853 | 0,8147 |
| | | | 0,1853 | 0,8147 |

(Sumber: Hasil perhitungan)

f. Menentukan Deretan Hari Hujan dan Kering

Dalam mendapatkan suatu deretan hari hujan dan kering maka diperlukan suatu angka acak berdistribusi seragam pada interval (0,1) yang digunakan sebagai pembaca probabilitas hari hujan dan kering. Angka acak tersebut dijalankan secara bergantian.

Angka acak dapat diperoleh dari Microsoft Excel dengan membuat formula =RAND()*1 yang akan menghasilkan angka acak berdistribusi seragam dengan interval (0,1). Dengan formula tersebut maka angka

acak bisa dihasilkan dengan jumlah yang banyak.

Sehingga lamanya hari hujan atau nilai k' dan lamanya hari kering atau m' dapat ditentukan. Untuk mempermudah mendapatkan nilai k' dan m' maka diperlukan fungsi **IF** pada *Microsoft Excel* seperti di bawah ini:

=IF(Logical_test;[value_if_true];[value_if_false])

Tabel 8. Angka acak untuk probabilitas hari hujan dan kering

| No | Angka Acak | k (hari) | Angka Acak | m (hari) |
|---------------|------------|----------|------------|----------|
| 1 | 0.5469 | 1 | 0.2088 | 2 |
| 2 | 0.3592 | 1 | 0.8253 | 10 |
| 3 | 0.8222 | 1 | 0.6066 | 6 |
| 4 | 0.3365 | 1 | 0.1889 | 2 |
| 5 | 0.0981 | 1 | 0.6144 | 6 |
| 6 | 0.1412 | 1 | 0.8523 | 11 |
| 7 | 0.7985 | 1 | 0.0660 | 1 |
| 8 | 0.4904 | 1 | 0.0585 | 1 |
| 9 | 0.7912 | 1 | 0.1996 | 2 |
| 10 | 0.1498 | 1 | 0.5248 | 5 |
| 11 | 0.0525 | 1 | 0.4072 | 3 |
| 12 | 0.9606 | 2 | 0.3326 | 3 |
| 13 | 0.3387 | 1 | 0.6360 | 6 |
| 14 | 0.7300 | 1 | 0.4795 | 4 |
| 15 | 0.5661 | 1 | 0.0115 | 1 |
| 16 | 0.1846 | 1 | 0.8259 | 10 |
| 17 | 0.9325 | 2 | 0.9603 | 18 |
| 18 | 0.8773 | 2 | 0.0904 | 1 |
| 19 | 0.8397 | 2 | 0.2450 | 2 |
| 20 | 0.9556 | 2 | 0.9122 | 2 |
| Jumlah | | 25 | | 96 |
| | | | 121 | |

(Sumber: Hasil perhitungan)

g. Perhitungan Frekuensi Probabilitas Bersyarat Curah Hujan Harian

Sebelum menghitung frekuensi probabilitas bersyarat curah hujan terlebih dahulu curah hujan dibagi beberapa kelas dengan interval tertentu. Dan diharapkan interval kelas tidak terlalu tinggi karena akan mempengaruhi hasil simulasi.

Semakin kecil interval kelas maka penaksiran suatu sampel dalam sebuah interval mempunyai tingkat kepercayaan yang baik.

Tabel 9. Pembagian kelas dan interval curah hujan

| Kelas | Interval (mm) | Kelas | Interval (mm) |
|-------|------------------|-------|--------------------|
| 1 | $0 \leq X < 10$ | 13 | $61 \leq X < 65$ |
| 2 | $11 \leq X < 15$ | 14 | $66 \leq X < 70$ |
| 3 | $16 \leq X < 20$ | 15 | $71 \leq X < 75$ |
| 4 | $21 \leq X < 25$ | 16 | $76 \leq X < 80$ |
| 5 | $26 \leq X < 30$ | 17 | $81 \leq X < 85$ |
| 6 | $31 \leq X < 35$ | 18 | $86 \leq X < 90$ |
| 7 | $36 \leq X < 40$ | 19 | $91 \leq X < 100$ |
| 8 | $41 \leq X < 44$ | 20 | $101 \leq X < 110$ |
| 9 | $45 \leq X < 48$ | 21 | $111 \leq X < 120$ |
| 10 | $49 \leq X < 52$ | 22 | $121 \leq X < 140$ |
| 11 | $53 \leq X < 56$ | 23 | $141 \leq X < 160$ |
| 12 | $57 \leq X < 60$ | 24 | $161 \leq X < 180$ |

(Sumber: Hasil perhitungan)

h. Perhitungan Distribusi Gamma

Untuk membentuk matriks probabilitas transisi maka digunakan distribusi gamma. Pada distribusi gamma terdapat parameter α dan β yang didapatkan dari perhitungan frekuensi tiap kelas interval.

Tabel 10. Nilai rata-rata variansi dan parameter α dan β

| Kelas | μ | σ^2 | α | β |
|-------|---------|------------|----------|----------|
| 1 | 48,2000 | 7358,0833 | 0,3157 | 152,6573 |
| 2 | 18,6400 | 4506,9900 | 0,0771 | 241,7913 |
| 3 | 10,8400 | 1515,8067 | 0,0775 | 139,8346 |
| 4 | 13,5600 | 1969,9233 | 0,0933 | 145,2746 |
| 5 | 6,4400 | 270,3400 | 0,1534 | 41,9783 |
| 6 | 5,2000 | 320,3333 | 0,0844 | 61,6026 |
| 7 | 2,8800 | 37,2767 | 0,2225 | 12,9433 |
| 8 | 2,0800 | 44,4933 | 0,0972 | 21,3910 |
| 9 | 2,7600 | 58,9400 | 0,1292 | 21,3551 |
| 10 | 1,6800 | 24,4767 | 0,1153 | 14,5694 |
| 11 | 1,8800 | 30,5267 | 0,1158 | 16,2376 |
| 12 | 1,1200 | 14,1100 | 0,0889 | 12,5982 |
| 13 | 1,4400 | 21,6733 | 0,0957 | 15,0509 |
| 14 | 0,6000 | 7,8333 | 0,0460 | 13,0556 |
| 15 | 0,8400 | 9,3900 | 0,0751 | 11,1786 |
| 16 | 0,7600 | 10,4400 | 0,0553 | 13,7368 |
| 17 | 1,2000 | 13,9167 | 0,1035 | 11,5972 |
| 18 | 1,0800 | 13,6600 | 0,0854 | 12,6481 |
| 19 | 0,8400 | 14,4733 | 0,0488 | 17,2302 |
| 20 | 1,1600 | 17,9733 | 0,0749 | 15,4943 |
| 21 | 0,9600 | 17,7900 | 0,0518 | 18,5313 |
| 22 | 1,0800 | 19,6600 | 0,0593 | 18,2037 |
| 23 | 1,0400 | 21,1233 | 0,0512 | 20,3109 |
| 24 | 1,0000 | 23,0000 | 0,0435 | 23,0000 |

(Sumber: Hasil perhitungan)

i. Menentukan Besar Curah Hujan Harian

Dalam menentukan besar curah hujan diperlukan matriks probabilitas transisi yang telah dibentuk sebelumnya dan sejumlah angka acak berdistribusi seragam. Matriks probabilitas transisi yang telah dihasilkan akan dikumulatifkan dalam tiap kelas sehingga tiap kelasnya terdapat nilai probabilitas kumulatif dari distribusi gamma. Perhitungan dilakukan dengan menyocokkan antara angka acak dan nilai probabilitas kumulatif.

Dimisalkan hari pertama adalah hujan kelas 1 maka diambil angka acak pertama (U_1) dan memasukkan pada baris pertama dari matriks transisi kumulatif sehingga besar curah hujan berikutnya (r_1) dapat ditemukan sesuai dengan probabilitas kumulatif P_{0j} dimana r adalah nilai tengah dari interval kelas curah hujan. Selanjutnya diambil angka acak berikutnya (U_2) dan memasukkan pada baris matriks transisi kumulatif dengan kelas sesuai besar curah hujan (r_1) yang dihasilkan sebelumnya sehingga besar curah hujan berikutnya (r_2) dapat ditemukan sesuai dengan probabilitas kumulatif P_{ij} . Prosedur ini dilanjutkan dengan mengambil angka acak berikutnya (U_n) dan memasukkan pada baris matriks transisi kumulatif sesuai dengan kelas besar curah hujan yang dihasilkan sebelumnya (r_{n-1}) sehingga dihasilkan besar curah hujan berikutnya (r_n).

Prosedur seperti di atas dilakukan dan dihentikan apabila telah dihasilkan besar curah hujan (r) sebanyak jumlah hari hujan yang dihasilkan pada simulasi hari hujan dan kering. Untuk mendapatkan hasil yang baik maka angka - angka acak (U) diganti-ganti sehingga didapatkan distribusi curah hujan yang dihasilkannya sesuai atau mendekati dengan distribusi curah hujan pada panjang data yang digunakan.

Tabel 11. Hasil simulasi besar curah hujan

| Hasil simulasi besar curah hujan (mm) | | | | | | | | | |
|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|----|-------|-------|-------|-------|
| 83 | 0 | 28 | 0 | 105,5 | 0 | 0 | 0 | 28 | 0 |
| 50,5 | 38 | 0 | 0 | 0 | 0 | 155,5 | 0 | 0 | 0 |
| 23 | 0 | 0 | 130,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 130,5 | 0 |
| 50,5 | 33 | 135,5 | 78 | 130,5 | 0 | 0 | 115,5 | 42,5 | 0 |
| 73 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 54,5 | 0 | 0 |
| 28 | 115,5 | 0 | 155,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 78 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 155,5 |
| 83 | 0 | 0 | 155,5 | 0 | 88 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 155,5 | 0 | 0 | 18 | 0 | 0 | 0 | 50,5 | 130,5 | 0 |

(Sumber: Hasil perhitungan)

j. Penggabungan Hasil Simulasi

Yaitu menggabungkan hasil simulasi hari hujan dan kering dengan hasil simulasi besar curah hujan.

Tabel 12. Curah hujan harian hasil simulasi (mm)

| Tanggal | Jan | Feb | Maret | April |
|---------|-------|-----|-------|-------|
| 1 | 83 | 38 | - | 105,5 |
| 2 | - | - | 38 | 54,5 |
| 3 | - | - | 33 | - |
| 4 | 28 | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - |
| 7 | - | - | 18 | - |
| 8 | - | - | - | - |
| 9 | - | - | - | - |
| 10 | - | - | - | - |
| 11 | - | - | - | - |
| 12 | - | - | - | - |
| 13 | - | 73 | - | - |
| 14 | - | - | 23 | - |
| 15 | 105,5 | 18 | - | - |
| 16 | - | - | - | - |
| 17 | - | 23 | - | - |
| 18 | - | - | - | - |
| 19 | - | - | 18 | - |
| 20 | - | 13 | - | - |
| 21 | - | - | 28 | 23 |
| 22 | 28 | - | - | 28 |
| 23 | - | - | - | - |
| 24 | - | - | - | 38 |
| 25 | 95,5 | - | - | 42,5 |
| 26 | - | 18 | - | - |
| 27 | - | - | - | - |
| 28 | - | - | - | 23 |
| 29 | - | - | - | 33 |
| 30 | - | - | - | - |
| 31 | - | - | - | - |

(Sumber: Hasil perhitungan)

k. Uji Chi-Kuadrat terhadap Data Pengamatan

Uji Chi-Kuadrat ini bertujuan untuk mengetahui apakah data curah hujan hasil simulasi sesuai atau mempunyai kesamaan dengan data curah hujan aslinya (hasil pengukuran).

Tabel 13. Kesimpulan uji Chi-Kuadrat (χ^2) terhadap data pengamatan pada stasiun Buatan

| Panjang data | Periode | Kesimpulan uji Chi-Kuadrat hitung (χ^2) terhadap data pengamatan pada stasiun Buatan | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|---------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|--------|
| | | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| 28 Tahun | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Sesuai |
| 20 Tahun | 1 | | | | | | | | | | Tidak | Sesuai | Sesuai | Tidak | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Tidak | Tidak | Sesuai |
| | 2 | | | | | | | | | | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak |
| | 3 | | | | | | | | | | Sesuai | Tidak | Tidak | Sesuai | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai |
| 15 Tahun | 1 | | | | | | | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai | Sesuai |
| | 2 | | | | | | | Sesuai | Tidak | Tidak | Sesuai | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak |
| | 3 | | | | | | | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai |
| 10 Tahun | 1 | Tidak | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai |
| | 2 | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Sesuai |
| | 3 | Tidak | Sesuai | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak |

l. Uji Chi-Kuadrat terhadap Data Pengamatan

Uji Chi-Kuadrat ini bertujuan untuk mengetahui apakah data curah hujan hasil simulasi sesuai atau mempunyai kesamaan dengan distribusi gamma. Teknik pengujian gammanitas data dengan menggunakan Chi-Kuadrat (χ^2) dilakukan dengan cara membandingkan kurva gamma yang terbentuk dari data yang telah terkumpul (O) dengan kurva gamma (E). Jadi membandingkan antara kurva O dan E. Bila O tidak berbeda secara signifikan dengan E

maka O merupakan data yang berdistribusi gamma.

Tabel 14. Kesimpulan uji Chi-Kuadrat (χ^2) terhadap distribusi gamma pada stasiun Buatan

| Panjang data | Periode | Kesimpulan uji Chi-Kuadrat hitung (χ^2) terhadap distribusi gamma pada stasiun Buatan | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|---------|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 |
| 28 Tahun | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Tidak |
| 20 Tahun | 1 | | | | | | | | | | | Sesuai |
| | 2 | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 3 | | | | | | | | | | | Tidak |
| 15 Tahun | 1 | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 2 | | | | | | | | | | | Tidak |
| | 3 | | | | | | | | | | | Tidak |
| 10 Tahun | 1 | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak |
| | 2 | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai | Sesuai |
| | 3 | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak | Tidak |

m. Membuat data Forecasting untuk curah hujan harian

Pada analisa sebelumnya telah disimpulkan bahwa dengan panjang data yang lebih panjang maka akan menghasilkan tingkat kesalahan yang lebih kecil pada simulasi deretan hari hujan dan kering dan simulasi besar curah hujan harian kecuali pada simulasi deretan hari hujan dan kering pada stasiun Kandis dan stasiun Petapahan Baru. Oleh karena itu dalam penelitian ini

dalam membuat data *forecasting* akan digunakan panjang data 28 tahun.

Tabel 15. Curah hujan simulasi pada stasiun Buatan

| Tanggal | Jan | Feb | Maret | April | Mei | Juni | Juli | Agst | Sept | Okt | Nop | Des |
|---------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 83 | 38 | - | 105.5 | 38 | - | 38 | - | 95.5 | - | - | 68 |
| 2 | - | - | 38 | 54.5 | - | 28 | - | - | - | - | 23 | 13 |
| 3 | - | - | 33 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 4 | 28 | - | - | - | - | - | - | - | 18 | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 18 | - |
| 7 | - | - | 18 | - | - | 13 | - | - | - | 28 | - | 38 |
| 8 | - | - | - | - | 38 | - | 13 | - | - | - | 33 | 46.5 |
| 9 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 10 | - | - | - | - | - | - | 28 | - | - | - | - | - |
| 11 | - | - | - | - | - | 23 | - | - | - | - | - | - |
| 12 | - | - | - | - | 42.5 | - | - | - | 23 | - | - | - |
| 13 | - | 73 | - | - | - | 38 | - | - | - | - | - | - |
| 14 | - | - | 23 | - | - | 18 | - | - | - | - | - | - |
| 15 | 105.5 | 18 | - | - | - | - | - | - | - | 42.5 | - | 63 |
| 16 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 17 | - | 23 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 18 | - | - | - | - | - | - | 38 | - | - | - | 63 | - |
| 19 | - | - | 18 | - | 18 | - | - | - | - | 68 | - | - |
| 20 | - | 13 | - | - | - | 130.5 | - | - | - | - | - | - |
| 21 | - | - | 28 | 23 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 22 | 28 | - | - | 28 | - | - | - | - | 105.5 | - | - | - |
| 23 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 24 | - | - | - | 38 | - | - | 50.5 | - | - | 13 | - | - |
| 25 | 95.5 | - | - | 42.5 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 26 | - | 18 | - | - | - | - | - | - | - | - | 38 | - |
| 27 | - | - | - | - | - | - | - | - | 38 | 38 | 50.5 | - |
| 28 | - | - | - | 23 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 29 | - | - | - | 33 | - | 18 | - | - | 38 | 88 | - | - |
| 30 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 63 | - |
| 31 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Jumlah | 340 | 183 | 158 | 347.5 | 136.5 | 268.5 | 167.5 | 0 | 318 | 277.5 | 288.5 | 228.5 |
| Rata* | 11.0 | 6.5 | 5.1 | 11.6 | 4.4 | 9.0 | 5.4 | 0.0 | 10.6 | 9.0 | 9.6 | 7.4 |
| Max | 105.5 | 73 | 38 | 105.5 | 42.5 | 130.5 | 50.5 | 0 | 105.5 | 88 | 63 | 68 |
| J.H.H | 5 | 6 | 6 | 8 | 4 | 7 | 5 | 0 | 6 | 6 | 7 | 5 |

Sumber: Hasil perhitungan)

KESIMPULAN

Dari penelitian ini, untuk menentukan keandalan rantai Markov sulit untuk dilakukan karena belum adanya standar yang ditetapkan dan belum adanya yang melakukan penelitian yang sama di DAS Siak tersebut. Berdasarkan hasil dan pembahasan, maka penelitian ini menghasilkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil pengujian konsistensi data menunjukkan pada DAS Siak yang terdiri dari 4 stasiun menunjukkan semua data hujan konsisten sehingga dapat digunakan untuk simulasi.
2. Hasil uji Chi-Kuadrat terhadap data pengamatan yang menyatakan sesuai atau cocok adalah 31,0% pada stasiun Buatan, 38,8% pada stasiun Kandis, 42,6% pada stasiun Pekanbaru dan 20,21% pada

stasiun Petapahan baru. Jadi, Hasil uji Chi-Kuadrat yang dilakukan tiap stasiun di DAS Siak menyatakan bahwa kurang dari 50% curah hujan hasil simulasi sesuai atau cocok dengan curah hujan hasil pengamatan.

3. Hasil uji Chi-Kuadrat terhadap distribusi gamma yang menyatakan sesuai atau cocok adalah 17,1% pada stasiun Buatan, 54,3% pada stasiun Kandis, 14,7% pada stasiun Pekanbaru dan 12,4% pada stasiun Petapahan baru.
4. Tingkat kesalahan pada simulasi deretan hari hujan dan kering cenderung hampir sama dan bertambah besar jika langkah transisi rantai Markov bertambah, Dan Tingkat kesalahan pada simulasi besar curah hujan untuk stasiun yang ada di DAS Siak akan bertambah besar jika langkah transisi rantai Markov bertambah.
5. Keandalan rantai Markov yang mempunyai tingkat kesalahan paling sedikit pada simulasi deretan hari hujan dan kering yaitu 8,30% pada stasiun Buatan dengan transisi ke-1 dan panjang data 20 tahun, 3,60% pada stasiun Petapahan baru dengan transisi ke-1 dan panjang data 28 tahun, 11,90% pada stasiun Kandis dengan transisi ke-1 dan panjang data 10 tahun dan 6,80% pada stasiun Pekanbaru dengan transisi ke-1 dan panjang data 28 tahun.
6. Keandalan rantai Markov yang mempunyai tingkat kesalahan paling sedikit pada simulasi besar curah hujan harian yaitu 9,90% pada stasiun Buatan dengan transisi ke-1 dan panjang data 10 tahun, 19,60% pada stasiun Petapahan baru dengan transisi ke-1 dan panjang data 10 tahun, 19,80% pada stasiun Kandis dengan transisi ke-19 dan panjang data 10 tahun dan 12,04% pada stasiun Pekanbaru dengan transisi ke-1 dan panjang data 10 tahun.
7. Dengan bertambah panjangnya panjang data yang digunakan, umumnya akan menghasilkan nilai Chi-Kuadrat yang lebih kecil dan mempunyai tingkat kesalahan yang lebih kecil.
8. Untuk memprediksi curah hujan 2011-2020 digunakan panjang data 28 tahun tiap stasiun pada DAS Siak.

DAFTAR PUSTAKA

- Alfredo H-S, Wilson H, & Binsar H.** 1975. *Konsep-Konsep Probabilitas dalam Perencanaan dan Perancangan Rekayasa Jilid 1.* Jakarta. Erlangga
- Aswin, Rudy.** 2010. *Penentuan Peluang Transisi t Langkah dalam Rantai Markov dan Penerapannya di Bidang Pertanian.* Skripsi Jurusan Matematika FMIPA. Medan. Universitas Sumatra Utara.
- Erwanto, A., Sudira, P., & Supatmo, S.** 2006. Pembangkitan Data Hujan Harian dengan Model Rantai Markov untuk Penyediaan Air Irigasi. *Universitas Gajah Mada.* 12: 31-33.
- Harto, Sri.** 1993. *Analisis Hidrologi.* Jakarta : Gramedia Pustaka Utama.
- Harto, Sri.** 2000. *Teori masalah Penyelesaian Hidrologi.* Yogyakarta: Media Teknik FT UGM.
- Hillier. Lieberman.** 2005. *Introduction to Operation Research, eight edition.* Mc Grow-Hill. *International Edition.*
- Jovanovic, S., Dakkak, A.R., Cabric, M., & Brajkovic, M..** 1974. Simulation of daily Rainfall series Using Markov Chain Models. *Institute for the Water Resources Development.* 1: 110-120.
- Khalilullah, Muhammad.** 2011. *Simulasi Data Curah Hujan Harian pada DAS Kampar Menggunakan Stokastik Rantai Markov.* Skripsi jurusan Teknik Sipil. Universitas Riau.
- Linslay, R. K., Kohler, M. A., Paulhus, J. L., & Hermawan, Y.** 1996. *Hidrologi untuk Insinyur.* Jakarta. Erlangga.
- Prihantoro, Kismanto.** 2009. *Markov Chain.* Skripsi jurusan Teknik Industri. Universitas Gunadarma.
- Sebayang, Mardani.** 2004. *Probabilitas dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa.* Pekanbaru. Teknik Sipil FT UR.
- Soemarto, C. D.** 1999. *Hidrologi Teknik.* Jakarta : Erlangga.
- Sukadi.** 2005. Perkiraan Karakteristik Curah Hujan dengan Analisis Bangkitan Data. *UPI Bandung.* 2: 46 - 56.
- Suripin.** 2004. *Sistem Drainase Perkotaan yang Berkelanjutan.* Yogyakarta. Penerbit Andi.

Yunizar. 2003. *Pengaruh Jenis Uji Kecocokan pada Pemilihan Distribusi Frekwensi Hujan Harian Maksimum Tahunan di Propinsi Riau.* Skripsi jurusan Teknik Sipil. Universitas Riau.