MENGHITUNG DETERMINAN SUATU MATRIKS DENGAN MENGGUNAKAN METODE CORNICE

Gusriansyah[1], Sri Gemawati[2], Asli Sirait[2]

ci_ryan77@yahoo.co.id

[1]Mahasiswa Program S1 Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru, 28293, Indonesia

ABSTRACT

In this present study we discuss a method to compute the determinants of $n \times n$ $(n \geq 5)$ matrices by reducing their sizes by four, it is known as the Cornice Method. A determinant of matrices with the exception of the first and the last entries, the entries of the 2nd row and $(n-1)-th$ row, as well as the 2nd column and $(n-1)-th$ column are all zero. This called "Cornice Determinants" and note as $|C_{n\times n}|(n \geq 5)$. To obtain the form of this Cornice Matrix, we first using the elementary row and column operations on any given matrix.

Keywords: *Determinants Matriks,Laplace Expantion, Invers Matriks*

1. PENDAHULUAN

Matriks merupakan salah satu cara yang dapat digunakan untuk menyelesaikan berbagai persoalan–persoalan di dalam mencari hubungan antar variabel – variabel baik dalam ilmu statistik, fisika, tekhnik, sosial dan ekonomi [1].

Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan dimana bilangan-bilangan dalam susunan tersebut dinamakan entri dalam matriks[1]. Dengan representasi matriks, perhitungan dapat dilakukan dengan lebih terstruktur, pemanfaatannya misalnya dalam menjelaskan persamaan linier, transformasi koordinat, dan lainnya.

Secara umum matriks mempunyai suatu ukuran yang disebut dengan orde. Orde adalah jumlah dari kolom dan baris suatu matriks, mulai dari matriks berorde 1, orde 2, hingga matriks berorde n yang artinya matriks tersebut berukuran $n \times n$. Banyak hal yang bisa dihitung dari suatu matriks, diantaranya menghitung determinan matriks. Determinan dari suatu matriks A adalah semua hasil perkalian elementer yang bertanda A dan dinyatakan dengan $det\, A$. Namun dalam hal ini penulis tertarik bagaimana menghitung determinan matriks yang berorde $n \times n(n \geq 5)$. Adapun beberapa metode dan aturan untuk menghitung determinan matriks yang berorde $n \times n(n \geq 5)$ diantaranya adalah menggunakan, *Chio's condensation method*, *Dodgson's condensation method,* dalam karya tulis ini akan dibahas metode untuk menghitung determinan orde $n \times n(n \geq 5)$ yang dinamakan dengan "*cornice* *determinants*"., yang diambil dari jurnal *"Computing The determinant By Reducing The orders By Four"* oleh Qefsere Gjonbalaj dan Armend Salihu.

2. DETERMINAN MATRIKS DAN SIFAT-SIFAT DETERMINAN MATRIKS

Konsep-konsep yang akan dibahas dalam karya tulis ini merupakan materi-materi pendukung yang diambil dari beberapa referensi yaitu [1] , [2] dan [4].

Berikut merupakan bentuk umum sistem persamaan linear :

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ &a_{21}x_2 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ &a_{31}x_3 + a_{32}x_2 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3 \\ &\vdots \\ &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_n \end{aligned} \qquad (1)$$

Unsur-unsur a_{ij} (untuk $i, j = 1,2, \dots, n$) disebut koefisien. Nilai koefisien-koefisien a_{ij} dan ruas kanan b_i pada setiap persamaan diketahui. Unsur-unsur x_{ij} disebut variabel.

Definisi 1 Determinan Matriks

Misalkan A adalah suatu matriks $n \times n$. Fungsi determinan dinyatakan dengan det, dan didefenisikan $det(A)$ sebagai jumlah semua hasil kali elementer bertanda dari A disebut determinan A.

Definisi 2 Expansi laplace

Misalkan $A = (a_{ij})$ adalah matriks $n \times n$. Di definisikan $A(i|j)$ adalah matriks $(n-1) \times (n-1)$ yang diperoleh dari A dengan menghapus baris ke$-i$ dan kolom $ke-j, A(i|j)$ disebut submatriks maksimal kolom ke$-i$ dari A.

Jika $A = (a)$, didefinisan $D_{1,1}(A) = D_1^1(A) = a = \det(A)$. Jika $A = (a_{ij})$ adalah matriks $n \times n$ dengan $n > 1$, untuk i dengan $1 \leq i \leq n$, yang disebut kofaktor ke$-i$ baris atau ekspansi Laplace dari determinan, definisikan :

$$D_{n,i}(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} \det(A(i|j)) \qquad (2)$$

Sama halnya untuk j dengan $1 \le j \le n$, didefinisikan

$$D_j^n(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} \det(A(i|j)) \tag{3}$$

Definisi 3 Invers Matriks $n \times n$.

Jika A adalah matriks $n \times n$ dan matriks B memenuhi $AB = BA = I$, maka B disebut invers dari A dan ditulis $B = A^{-1}$. Jika matriks A mempunyai invers maka A disebut matriks nonsingular atau dapat diinverskan (invertibel). Sebaliknya, jika A tidak memiliki invers, maka A disebut matriks singular.

3. DETERMINAN *CORNICE*

Pada bagian ini akan dibahas mengenai determinan *Cornice* secara umum, dimana determinan *Cornice* ini khususnya dapat digunakan pada matriks berorde $n \times n$ $(n \ge 5)$. Determinan *Cornice* yaitu suatu determinan matriks dengan pengecualian entri-entri pada baris pertama dan terakhir serta pada kolom pertama dan terakhir, semua entri-entri dari baris $ke - 2$ dan $(n-1)$, serta kolom $ke - 2$ dan $(n-1)$ adalah 0, dapat juga ditulis determinan *Cornice* $|C_{n\times n}|$ (n ≥ 5) [3].

Misalkan $|A_{n\times n}|$ merupakan determinan $n \times n$ $(n \ge 5)$ sebarang :

$$|A_{n\times n}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Dengan menggunakan Operasi Baris Elementer dan Operasi Kolom Elementer dan didasarkan pada sifat determinan, diperoleh.

$$|C_{nxn}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-2} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Proposisi 3.1

Misalkan C adalah matriks $n \times n$.

$$|C_{nxn}| = (a_{12}a_{21}a_{\mathrm{n,n}}a_{\mathrm{n-1,n}} - a_{12}a_{2\mathrm{n}}a_{\mathrm{n,n-1}}a_{n-1,1}$$

$$-a_{21}a_{n2}a_{1,n}a_{n-1,n}+a_{1,n-1}a_{2n}a_{n2}a_{n-1,1})\left|C_{(n-4)\times(n-4)}\right|$$

Bukti: Misalkan $|C_{nxn}|$ adalah bentuk umum dari determinan *Cornice*.
Determinan $|C_{nxn}|$ dapat diperluas sepanjang kolom kedua sebagai berikut.

$$\left|C_{n\times n}\right|=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & 0 & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Dengan menggunakan Definisi 2, diperoleh:

$$\left|C_{n\times n}\right|=(-1)^{1+2}a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix} \tag{4}$$

$$+(-1)^{n+2}a_{n2}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & \cdots & a_{1,n-2} & a_{1,n-1} & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & 0 & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & 0 & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

Pada persamaan (4) diperluas sepanjang kolom $(n-1)$, maka diperoleh

$$\left|C_{n\times n}\right|=(-1)^{1+2}a_{12}(-1)^{n-1+n-2}a_{n,n-1}\begin{vmatrix} a_{21} & 0 & \cdots & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

$$+(-1)^{n+2}a_{n2}(-1)^{1+n-2}a_{1,n-1}\begin{vmatrix} a_{21} & 0 & \cdots & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

$$=((-1)^{2n}a_{12}a_{n,n-1}+(-1)^{2n+1}a_{n2}a_{1,n-1})\begin{vmatrix} a_{21} & 0 & \cdots & 0 & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & a_{n-2,n} \\ a_{n-1,1} & 0 & \cdots & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}$$

Determinan di sisi kanan diperluas sepanjang baris pertama untuk menghasilka

$$|C_{n\times n}|=(a_{12}a_{n,n-1}-a_{n2}a_{1,n-1})\left[(-1)^{1+1}a_{21}\begin{vmatrix} a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} & a_{3n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} & a_{n-2,n} \\ 0 & \cdots & 0 & a_{n-1,n} \end{vmatrix}\right.$$

$$\left.+(-1)^{1+n-2}a_{2n}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3,n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,1} & a_{n-2,3} & \cdots & a_{n-2,n-2} \\ a_{n-1,1} & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}\right] \tag{5}$$

Pada determinan (5) diperluas sepanjang baris terakhir

$$|C_{n\times n}|=(a_{12}a_{n,n-1}-a_{n2}a_{1,n-1})(a_{21}(-1)^{n-3+n-3}a_{n-1,n}+(-1)^{n-1}a_{2n}(-1)^{n-2}a_{n-1,1})$$

$$\times\begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3,n-2} \\ a_{43} & a_{44} & \cdots & a_{4,n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,3} & a_{n-2,4} & \cdots & a_{n-2,-2} \end{vmatrix}$$

$$= (a_{12}\,a_{n,n-1} - a_{n2}\,a_{1,n-1})(a_{21}\,a_{n-1,n} - a_{2n}\,a_{n-1,1})$$

$$\times \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} & \cdots & a_{3,n-2} \\ a_{43} & a_{44} & \cdots & a_{4,n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n-2,3} & a_{n-2,4} & \cdots & a_{n-2,n-2} \end{vmatrix}$$

$$\left|C_{n\times n}\right| = (a_{12}\,a_{21}\,a_{n,n-1}\,a_{n-1,n} - a_{12}\,a_{2n}\,a_{n,n-1}\,a_{n-1,1}$$
$$- a_{21}\,a_{n2}\,a_{1,n-1}\,a_{n-1,1} + a_{1,n-1}\,a_{2n}\,a_{n2}\,a_{-1,1})\left|C_{(n-4)\times(n-4)}\right|$$

Contoh

Tanpa mengurangi keumuman akan dihitung matriks berukuran 10×10 berikut dengan menggunakan metode cornice.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & 4 & 4 & 2 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 5 & 4 & 5 & 3 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & 2 & 3 & 2 & 4 & 7 & 5 & 4 & 7 \\ 5 & 4 & 0 & 4 & 4 & 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 & 5 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 5 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Langkah pertama yang akan dilakukan yaitu mengubah bentuk matriks sebarang diatas ke bentuk matriks *Cornice* dengan mengunakan operasi kolom dan operasi baris.

1. Baris kedua dijumlahkan dengan (-1) baris kelima.
2. Baris kesembilan dijumlahkan dengan (-1) baris kesepuluh

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & 5 & 3 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & 2 & 3 & 2 & 4 & 7 & 5 & 4 & 7 \\ 5 & 4 & 0 & 4 & 4 & 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Baris ketiga dijumlahkan dengan (-1) baris ketujuh.

4. Baris keempat dijumlahkan dengan (-1) baris keenam

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 4 & 4 & 2 & 2 & 3 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 4 & 6 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

5. Baris kelima dijumlahkan dengan (-1) baris ke sepuluh
6. Baris keenam dijumlahkan dengan (-1) baris pertama

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -3 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 3 & 4 & 1 & 0 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

7. Baris ketujuh dijumlahkan dengan (-1) baris kesepuluh

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -3 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 2 & -1 & -4 & -1 & 2 & -3 & 0 & -5 \\ 5 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

8. Baris kedelapan dijumlahkan dengan (-1) baris pertama

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -3 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 2 & -1 & -4 & -1 & 2 & -3 & 0 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & -1 & -4 & -1 & 2 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Pada matriks diatas telah didapat bentuk matriks *Cornice*, dimana dengan pengecualian enteri pertama dan terakhir, semua entri-entri dari baris $ke - 2$ dan $(n-1)$, serta kolom $ke - 2$ dan $(n-1)$ adalah 0.

Akan tetapi pada matriks *Cornice* diatas masih terdapat matriks ukuran 6×6 didalamnya, dimana matriks *Cornice* diatas akan di cornicekan sekali lagi sehingga membentuk matriks 2×2 didalamnya.

9. Baris keempat dijumlahkan dengan baris kelima

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -3 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 2 & -1 & -4 & -1 & 2 & -3 & 0 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & -1 & -4 & -1 & 2 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

10. Baris kelima dijumlahkan dengan (-1) baris ketiga

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & -3 & 0 & -4 & -3 & 0 & -2 & 0 & -3 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 2 & -1 & -4 & -1 & 2 & -3 & 0 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & -1 & -4 & -1 & 2 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

11. Baris keenam dijumlahkan dengan (-1) baris ketiga
12. Baris ketujuh dijumlahkan dengan (-1) baris kedelapan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & -3 & 0 & -4 & -3 & 0 & -2 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -4 & -5 & 0 & 2 & 0 & 6 \\ -7 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & -1 & -4 & -1 & 2 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Pada matriks *Cornice* diatas telah didapat matriks cornice paling sederhana, dimana pada matriks awal yang berukuran 10×10 diubah kebentuk matriks *Cornice* sehingga menghasilkan determinan matriks 6×6 didalamnya, selanjutnya disederhanakan kembali menjadi determinan matriks 2×2. Selanjutnya akan dihitung determinan matriks □ dengan menggunakan proposisi (3.1).

Terlebih dahulu dihitung determinan matriks 6×6

$$|C_{6\times 6}| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ -3 & 0 & -4 & -3 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -4 & -5 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ -1 & -1 & -4 & -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|C_{n\times n}| = (a_{12}a_{21}a_{n,n-1}a_{n-1,n} - a_{12}a_{2n}a_{n,n-1}a_{n-1,1}$$

$$- a_{21}a_{n2}a_{1,n-1}a_{n-1,n} + a_{1,n-1}a_{2n}a_{n2}a_{n-1,1}|C_{(n-4)\times(n-4)}|$$

$$\left|C_{6\times6}\right| = [((-2)\cdot(-1)\cdot 2\cdot(-5) - ((-1)\cdot(-5)\cdot 2\cdot 3) - ((-1)\cdot(-5)\cdot(-1)\cdot(-2)$$

$$+ ((-1)\cdot 3\cdot(-5)\cdot(-1))] \times \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ -4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$= [-20 - 30 - 10 - 15] \times 8$$

$$= (-75) \times 8$$

$$\left|C_{6\times6}\right| = -600$$

Setelah determinan matriks *Cornice* 6×6 didapat,maka langkah selanjutnya yaitu menghitung determinan matriks *Cornice* 10×10.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 & 3 & 5 & 6 & 4 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 3 & 4 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & -1 \\ -3 & 0 & -3 & 0 & -4 & -3 & 0 & -2 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -4 & -5 & 0 & 2 & 0 & 6 \\ -7 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5 & 0 & -5 \\ 4 & 0 & -1 & -1 & -4 & -1 & 2 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 4 & 1 & 5 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\left|C_{n\times n}\right| = (a_{12}\,a_{21}\,a_{n,n-1}\,a_{n-1,n} - a_{12}\,a_{2n}\,a_{n,n-1}\,a_{n-1,1}$$

$$- a_{21}\,a_{n2}\,a_{1,n-1}\,a_{n-1,n} + a_{1,n-1}\,a_{2n}\,a_{n2}\,a_{n-1,1}\left|C_{(n-4)\times(n-4)}\right|$$

$$\left|C_{10\times10}\right| = [((-2)\cdot 6\cdot 2\cdot(-1)) - (6\cdot(-1)\cdot 2\cdot(-1)) - (4\cdot(-1)\cdot 4\cdot(-2))$$

$$+ (4\cdot(-1)\cdot 4\cdot(-1))] \times \left|C_{6\times6}\right|$$

$$\left|C_{10\times10}\right| = [24 - 12 - 32 + 16] \times (-600)$$

$$\left|C_{10\times10}\right| = (-4) \times (-600)$$

$$\left|C_{10\times10}\right| = 2400$$

DAFTAR PUSTAKA

[1]. A. Howard. 1991. Aljabar *Linear Elementer. Edisi Kelima*.

[2]. Eves, H. 1996. *Chio's Expansion.* Dover, New York. *Edisi 3*.

[3]. Gjonbalaj, Q. and Salihu, A. 2010 Computing The determinants By Reducing The Orders By Four. Applied Mathematics E-Notes 10 151-158

[4]. Laurence D. Hoffmann and Gerald L. Bradley, 1995. Finite Mathematics with Calculus.