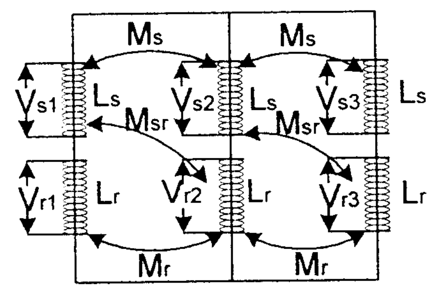
BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

Dalam menganalisa unjuk kerja gejala peralihan biasanya kita melakukan suatu pemodelan dalam kerangka referensi, agar suatu sistem yang di analisa mudah untuk dianalisis, tanpa merubah bentuk asalnya.

Untuk mempermudah analisis gejala peralihan mesin listrik, maka jumlah persamaan perlu disederhanakan, sehingga cara pemecahannya lebih mudah. Metoda yang dipergunakan untuk itu adalah metoda rangka referensid,q. Sistem park d,q adalah suatu sistem yang mengambil sumbu horizontal sebagai sumbu d dan sumbu vertikal sebagai sumbu q.

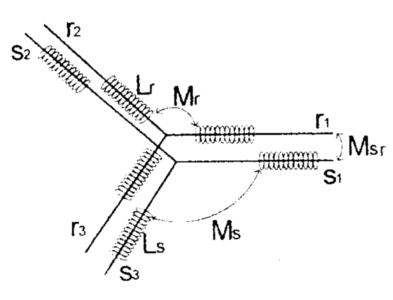
Dalam pembahasan diambil model transformator 3 fasa hubungan Yyo, yang mempunyai 3 belitan simetris pada sisi primer, dan 3 belitan pada sisi sekunder.

Bentuk fisik transformator 3 fasa dapat ditunjukan pada gambar 1 dibawah ini:



Gambar.1. Bentuk fisik transformator 3 fasa yang terdiri dari 3 belitan primer dan 3 fasa belitan skunder

Bentuk fisik transformator diatas dibuat pemodelan dengan menggunakan diagram fasor sepertit perlihatkan pada gambar 2 dibawah ini:



Gambar 2. Diagram fasor dari transformator 3 fasa.

2.1. Persamaan Fluksi Sistem 3 Fasa

Dengan menggunakan diagram fasor seperti gambar 3, diatas diperoleh hubungan persamaan fluksi listrik sebagai berikut :

$$\phi_{s1} = \mathrm{L_s i_{s1}} + M_s.\mathrm{i_{s2}} + M_s.i_{s3} + M_{sr}.i_{r1} + M_{sr}.i_{r2} + M_{sr}.i_{r3}$$
$$\phi_{s2} = M_s.\mathrm{i_{s1}} + \mathrm{L_s i_{s2}} + M_s.i_{s3} + M_{sr}.i_{r1} + M_{sr}.i_{r2} + M_{sr}.i_{r3}$$
$$\phi_{s3} = \mathrm{M_s i_{s1}} + M_s.\mathrm{i_{s2}} + L_s.i_{s3} + M_{sr}.i_{r1} + M_{sr}.i_{r2} + M_{sr}.i_{r3}$$
$$\phi_{r1} = \mathrm{M_{sr} i_{s1}} + M_{sr}.\mathrm{i_{s2}} + M_{sr}.i_{s3} + L_r.i_{r1} + M_r.i_{r2} + M_r.i_{r3}$$
$$\phi_{r2} = M_{sr}.\mathrm{i_{s1}} + \mathrm{M_{sr} i_{s2}} + M_{sr}.i_{s3} + M_r.i_{r1} + L_r.i_{r2} + M_r.i_{r3}$$
$$\phi_{r3} = \mathrm{M_{sr} i_{s1}} + M_{sr}.\mathrm{i_{s2}} + M_{sr}.i_{s3} + M_r.i_{r1} + M_r.i_{r2} + L_r.i_{r3}$$

Dimana induksi bersama belitan primer dan sekunder $L_{sr} = M_{sr} \cos(0^0)$, sedangkan induksi bersama $M_s = L_s \cos(120^0) = -1/2L_s$ dan $M_r = L_r \cos(120^0) = -1/2L_r$.

Selanjutnya persamaan fluksi diatas dapat dibentuk dalam matrik :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s1} \\ \phi_{s2} \\ \phi_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{sr} & M_{sr}\cos(2\pi/3) & M_{sr}\cos(4\pi/3) \\ M_{sr}\cos(4\pi/3) & M_{sr} & M_{sr}\cos(2\pi/3) \\ M_{sr}\cos(2\pi/3) & M_{sr}\cos(4\pi/3) & M_{sr} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{r1} \\ \phi_{r2} \\ \phi_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{sr} & M_{sr}\cos(4\pi/3) & M_{sr}\cos(2\pi/3) \\ M_{sr}\cos(2\pi/3) & M_{sr} & M_{sr}\cos(4\pi/3) \\ M_{sr}\cos(2\pi/3) & M_{sr}\cos(2\pi/3) & M_{sr} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{s1} \\ i_{s2} \\ i_{s3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix}$$

Persamaan fluksi diatas dapat dinyatakan secara umum :

$$\begin{bmatrix} \phi_s \\ \phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ls & L_{sr} \\ L_{rs} & Lr \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad \text{...(1)}$$

dimana L_s adalah matrik induktansi sendiri pada primer, L_r adalah matrik induktansi sendiri pada sekunder, L_{sr} adalah matrik induktansi mutual primer dan sekunder.

2.2. Persamaan Tegangan Sistem 3 Fasa

Dari diagram fasor gambar 2, dan dengan menggunakan operator p = d/dt, dapat diturunkan persamaan-persamaan tegangan pada belitan primer dan belitan skunder, seperti dibawah ini:

$$V_{s1} = (r_s + \mathrm{pL_s})\mathrm{i_{s1}} + pM_s.\mathrm{i_{s2}} + pM_s.i_{s3} + pM_{sr}.i_{r1} + pM_{sr}.i_{r2}\cos(2\pi/3) + pM_{sr}i_{r3}\cos(4\pi/3)$$
$$V_{s2} = pM_s i_{s1} + (r_s + \mathrm{pL_s})\mathrm{i_{s2}} + M_s i_{s3} + pM_{sr}.i_{r1}\cos(4\pi/3) + pM_{sr}.i_{r2} + pM_{sr}i_{r3}\cos(2\pi/3)$$
$$V_{s3} = pM_s i_{s1} + pM_s.i_{s2} + (r_s + \mathrm{pL_s})\mathrm{i_{s3}} + pM_{sr}.i_{r1}\cos(2\pi/3) + pM_{sr}.i_{r2}\cos(4\pi/3) + pM_s i_{r3}$$
$$V_{r1} = pM_{sr}.i_{s1} + pM_{sr}.i_{s2}\cos(4\pi/3) + pM_{sr}i_{s3}\cos(2\pi/3) + (r_r + pL_r)i_{r1} + pM_r i_{r2} + pM_r i_{r3}$$
$$V_{r2} = pM_{sr}.i_{s1}\cos(2\pi/3) + pM_{sr}.i_{s2} + pM_{sr}i_{s3}\cos(4\pi/3) + pM_r i_{r1} + (r_r + pL_r)i_{r2} + pM_r i_{r3}$$
$$V_{r3} = pM_{sr}.i_{s1}\cos(4\pi/3) + pM_{sr}.i_{s2}\cos(2\pi/3) + pM_{sr}i_{s3} + pM_r i_{r1} + pM_r i_{r2} + (r_r + pL_r)i_{r3}$$

Persamaan tegangannya dapat dinyatakan bentuk matrik secara umum:

$$\begin{bmatrix} v_s \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & 0 \\ 0 & r_r \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ L_{rs} & L_r \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad \text{......................................(2)}$$

Untuk dapat memperoleh persamaan system 2 fasa $\alpha\beta$ dari system 3 fasa 1,2,3 diperlukan matrik transformasi basis [A] dan $[A]^{-1}$. Hubungan system baru ($\alpha\beta$) dan system lama (1,2,3) dengan menggunakan matrik transformasi basis [A] adalah :

$[X] = [A].[X_N]$

dimana : [A] adalah matriks transformasi basis.

[X] adalah matriks system lama.

$[X_N]$ adalah matriks system baru.

Keterangan [X] dapat berupa besaran-besaran listrik seperti arus, tegangan, fluksi dan sebagainya.

Dengan demikian dapat dituliskan :

$[V_s] = [A]\,[V_{sN}]$ atau $[V_{sN}] = [A]^{-1}.[V_s]$

$[i_s] = [A]\,[i_{sN}]$ atau $[i_{sN}] = [A]^{-1}.[i_s]$

Persamaan-persamaan listrik dapat dilakukan transformasi ke dalam system baru seperti persamaan-persamaan berikut :

Persamaan Fluksi

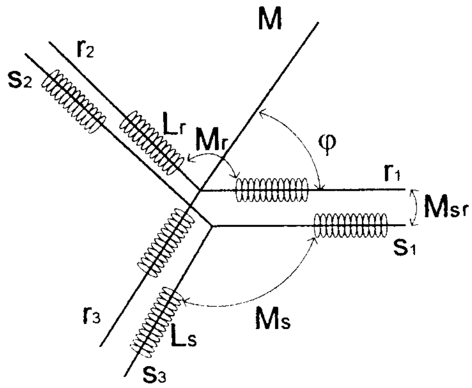
$[\phi] = [L(\theta)].[i]$ atau $[\phi_N] = [A]^{-1}.[L(\theta)].[A].[i_N]$

Persamaan Tegangan

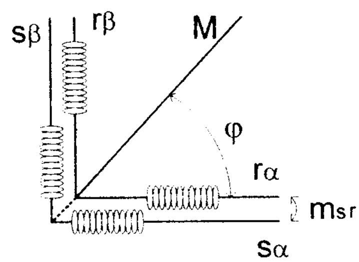
$[V_s] = [R_s].[i_s] + \frac{d}{dt}[\phi_s]$ atau $[V_{sN}] = [A]^{-1}.[R_s].[A].[i_s] + [A]^{-1}\frac{d}{dt}[A][\phi_{sN}]$

2.3. Menentukan Transformasi Basis [A] Dengan Metoda Kerapatan Fluksi

Pada suatu vektor ruang transformator 3 fasa mempunyai distribusi kerapatan fluksi magnetik di celah udara sama dengan distribusi kerapatan fluksi pada ruang vektor 2 fasa yang baru. Rangkaian ekivalen transformasi 3 fasa ke sistem khayal 2 fasa, tidak menghilangkan prinsip-prinsip yang sebenarnya, karena dalam mentransformasikan mempergunakan harga-harga matrik transformasi dasar [A] dan $[A]^{-1}$. Sehingga gambar 3. dapat diekivalenkan menjadi gambar 4, seperti dibawah ini :



Gambar. 3. Diagram fasor 3 fasa (1,2,3)



Gambar 4. Diagram fasor 2 fasa ($\alpha\beta$)

2.3.1. Menentukan kerapatan fluksi magnetik (B) di titik M :

$B=\mu H$; $\oint H dl = ni$ ==➔jika medan magnetik terdistribusi secara merata maka diperoleh persamaan gaya gerak magnet; H.l = n.i, sehingga diperoleh persamaan kerapatan fluksi magnetik (B) dititik M adalah :

$$B = \frac{\mu n i}{l} = kni$$

Maka kerapatan fluksi magnetik pada sistem 3 fasa adalah :

$$B_{M3} = kn_3 \begin{pmatrix} i_{s1}\cos\varphi + i_{s2}\cos\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right) + i_{s3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right) + i_{r1}\cos\varphi + \ldots.. \\ i_{r2}\cos\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi\right) + i_{r3}\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi\right) \end{pmatrix}$$

$$B_{M3} = kn_3 \begin{pmatrix} i_{s1}\cos\varphi + i_{s2}\left(-\frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\varphi\right) + i_{s3}\left(-\frac{1}{2}\cos\varphi - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\varphi\right) + \ldots \\ i_{r1}\cos\varphi + i_{r2}\left(-\frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\varphi\right) + i_{r3}\left(-\frac{1}{2}\cos\varphi - \frac{1}{2}\sqrt{3}\sin\varphi\right) \end{pmatrix}$$

Sedangkan kerapatan fluksi magnetik pada sistem 2 fasa ($\alpha\beta$)

$B_{M2\phi} = i_{s\alpha}\cos\varphi + i_{s\beta}\sin\varphi + i_{r\alpha}\cos(\varphi) + i_{r\beta}\sin(\varphi)$.

Mengingat $B_{M3}\phi = B_{M2}\phi$ dan pemisahan komponen fluksi dalam faktor $\cos\varphi$, dan $\sin\varphi$, dapat diperoleh hubungan :

$B_{M3}\phi$:

$$\cos\varphi = kn_3\begin{bmatrix} i_{s1} & -\frac{1}{2}i_{s2} & -\frac{1}{2}i_{s3} \end{bmatrix}$$

$$\sin\varphi = kn_3\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3}i_{s2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3}i_{s3} \end{bmatrix}$$

$B_{M2}\phi$:

$$\cos\varphi = kn_2\left[i_{s\alpha}\right]$$
$$\sin\varphi = kn_2\left[i_{s\beta}\right]$$

Jadi hubungan arus sistem yang baru 2 fasa $\alpha\beta$ dengan sistem lama 3 fasa (1,2,3) adalah sebagai berikut:

$$\left[i_{s\alpha}\right] = \frac{n_3}{n_2}\begin{bmatrix} i_{s1} & -\frac{1}{2}i_{s2} & -\frac{1}{2}i_{s3} \end{bmatrix}$$

$$\left[i_{s\beta}\right] = \frac{n_3}{n_{2\,3}}\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3}i_{s2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3}i_{s3} \end{bmatrix}$$

$$\left[i_{r\alpha}\right] = \frac{n_3}{n_2}\begin{bmatrix} i_{r1} & -\frac{1}{2}i_{r2} & -\frac{1}{2}i_{r3} \end{bmatrix}$$

$$\left[i_{r\beta}\right] = \frac{n_3}{n_2}\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3}i_{r2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3}i_{r3} \end{bmatrix}$$

Sehingga persamaan diatas dalam bentuk matrik secara umum dapat ditulis

$$\begin{bmatrix} i_{ro} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = \frac{n_3}{n_2}\begin{bmatrix} a & a & a \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix}$$

dimana **a** bilangan yang harus memenuhi persyaratan matrik orthonormal. Karena matrik inverse [A] adalah matrik orthonormal sudah pasti bersifat orthogonal, sehingga terdapat hubungan $[A]^{t} = [A]^{-1}$. Cara mencari parameter $\frac{n_3}{n_2}$ dari inverse matrik A adalah modul baris sama dengan berharga satu yaitu $\frac{n_3}{n_2}\sqrt{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = 1$ *sehingga diperoleh* $\frac{n_3}{n_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ dan menentukan parameter dengan cara yang sama seperti diatas sehingga diperoleh $a = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

Inverse matrik A :

$$[A]^{t} = \sqrt{\frac{2}{3}} \bullet \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad \text{......(3)}$$

dengan menggunakan operasi matematika secara adjoin maka matrik A dapat diperoleh berikut:

$$[A] = \sqrt{\frac{3}{2}} \bullet \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad \text{......(4)}$$

Sehingga diperoleh hubungan system baru dan system lama secara umum sebagai berikut;

$[X_{\alpha\beta}] = [A^{-1}]\,[X_{123}]$ atau $[X_{123}] = [A]\,[X_{\alpha\beta}]$

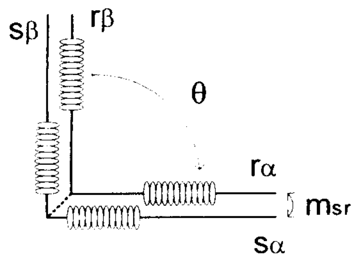
Hubungan arus system baru dengan system lama :

$$\begin{bmatrix} i_{ro} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \bullet \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix} \quad \text{......(5)}$$

$$\begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \bullet \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{ro} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \quad \text{...(6)}$$

2.3.2. Menentukan Persamaan Fluksi Secara Langsung

Dengan menggunakan gambar 5. kita akan memperoleh persamaan fluksi sistem $\alpha\beta$



Gambar 5. Diagram fasor sistem 2 fasa ($\alpha\beta$)

Dari gambar 5. diatas diperoleh persamaan fluksi sistem baru :

$$\phi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + msr\left(i_{r\alpha}\cos\theta - ir_\beta \sin\theta\right)$$
$$\phi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + msr\left(i_{r\alpha}\cos\theta + ir_\beta \sin\theta\right)$$

Dalam bentuk matrik :

$$\begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} = L_s \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} \cos & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \quad \text{...(7)}$$

atau

$$\left[\phi_{sN}\right] = L_s\left[i_{sN}\right] + m_{sr}\left[B_s\right]^{-1}\left[i_{rN}\right] \quad \text{...(8)}$$

$$\phi_{r\alpha} = L_s i_{s\alpha} + m_{sr}\left(i_{s\alpha}\cos\theta + i_{s_\beta}\sin\theta\right)$$
$$\phi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + m_{sr}\left(-i_{s\alpha}\sin\theta + i_{s_\beta}\cos\theta\right)$$

Dalam bentuk matrik :

$$\begin{bmatrix} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} = L_s \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} \cos & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad \text{...(9)}$$

$$\left[\phi_{rN}\right] = L_r\left[i_{rN}\right] + m_{sr}\left[B_s\right]\left[i_{sN}\right] \quad \text{...(10)}$$

dari persamaan (7) diperolah matrik transformasi basis yang baru $\mathbf{B_s}^{-1}$:

$$[B_s]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

dan dari persamaan (9) matrik $\mathbf{B_s}$:

$$[B_s] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Hubungan tegangan dan arus system baru adalah :

$$V_{SN} = R_s i_{SN} + L_s \frac{d}{dt} i_{SN} + m_{sr} [B_s]^{-1} \frac{d}{dt} [i_{rN}] + m_{sr} \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} \overset{*}{B_s} \end{bmatrix}^{-1} [i_{rN}]$$

$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s . i_{s\alpha} \\ R_s . i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s \frac{d}{dt} i_{s\alpha} \\ L_s \frac{d}{dt} i_{s\beta} \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \bullet \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

$$m_{sr} \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

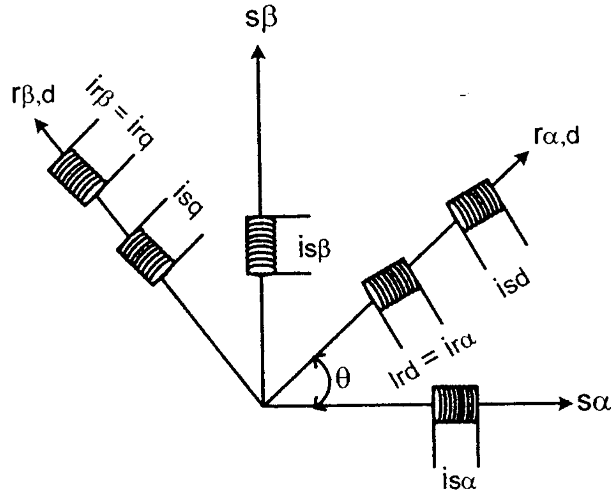
$$V_{rN} = R_s i_{rN} + L_s \frac{d}{dt} i_{rN} + m_{sr} [B_s] \frac{d}{dt} [i_{sN}] + msr \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} \overset{*}{B_s} \end{bmatrix} [i_{sN}]$$

$$\begin{bmatrix} V_{r\alpha} \\ V_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r . i_{r\alpha} \\ R_r . i_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_r \frac{d}{dt} i_{r\alpha} \\ L_r \frac{d}{dt} i_{r\beta} \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \bullet \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

$$m_{sr} \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & -\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2.4. Transformasi Sistem ke Dalam Sumbu d,q

Untuk menganalisa persamaan park d,q diambil $s\alpha$, $s\beta$ sebagai sumbu d,q. Sehingga dari system $\alpha\beta$ pada kumparan primer dan sekunder, besaran listrik yang ada dinyatakan dalam besaran listrik ekivalen di sumbu d,q yang ditunjukkan gambar 6. berikut ini:



Gambar 6. Sistem 2 (fasa) Ekivalen d,q

2.4.1. Persamaan Fluks Sistem Park dq

Untuk menentukan matrik transformasi [B], pada gambar 6, diatas sumbu d,q dipilih berada di sekunder, maka dari gambar dapat dibuat suatu persamaan arus, sebagai berikut:

$i_{r\alpha}$ menjadi i_{rd}

$i_{r\beta}$ menjadi i_{rq}

atau

$[i_r] = [i_{rN}]$ dan $[\phi_r] = [\phi_{rN}]$

Arus primer untuk system baru dapat ditulis sebagai berikut:

$$i_{sd} = i_{s\alpha}\cos\theta + i_{s\beta}\sin\theta$$
$$i_{sq} = -i_{s\alpha}\sin\theta + i_{s\beta}\cos\theta$$

secara matrik dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \quad \text{.........(13)}$$

Sehingga arus primer untuk system baru dengan referensi di sekunder dapat dituliskan:

$$[i_{sN}] = [B]^{-1}[i_s]$$

dimana

$$[B]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad \text{.........(14)}$$

sedangkan

$$[B]=\frac{adjo\operatorname{int}[B]^{-1}}{Det\,[B]^{-1}}$$

diperoleh,

$$\mathbf{[B]}=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix} \qquad \text{...(15)}$$

Sehingga persamaan fluks dalam system yang baru, yaitu :

$$[\phi_{rN}]=l_r[i_{rN}]+m_{sr}[B]^{-1}[i_s]$$

Untuk transformasi arus berlaku :

$$[i_s]=[B][i_{sN}]$$

maka persamaan (4) berubah menjadi,

$$[\phi_{rN}]=l_r[i_{rN}]+m_{sr}[B]^{-1}[B][i_{sN}]$$

dimana $[B]^{-1}[B]$ merupakan matrik satuan dan m_{sr} konstanta maka :

$$[\phi_{rN}]=l_r[i_{rN}]+m_{sr}[i_{sN}]$$

atau

$$\phi_{rd}=l_r i_{rd}+m_{sr}i_{sd}$$
$$\phi_{rq}=l_r i_{rq}+m_{sr}i_{sq}$$

dalam bentuk matriks hubungan fluks dan arus dalam system baru dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix}\phi_{rd}\\ \phi_{rq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}l_r & 0\\ 0 & l_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{rd}\\ i_{rq}\end{bmatrix}+m_{sr}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\end{bmatrix} \qquad \text{......................................(16)}$$

Persamaan umum fluks di primer untuk system lama adalah:

$$[\phi_s]=l_s[i_s]+m_{sr}[B][i_r]$$

dimana

$$[\phi_s]=[B][\phi_{sN}] \quad \text{atau} \quad [\phi_{sN}]=[B]^{-1}[\phi_s]$$

sehingga dari persamaan (6) dapat dibuat persamaan fluks ekivalen di primer untuk system baru, yaitu:

$$[\phi_{sN}]=[B]^{-1}l_s[B][i_{sN}]+[B]^{-1}m_{sr}[B][i_{rN}]$$

sehingga dipersamaan fluks disisi primer system yang baru

$$[\phi_{sN}]=l_s[i_{sN}]+m_{sr}[i_{rN}]$$

atau

$$\phi_{sd} = l_s i_{sd} + m_{sr} i_{rd}$$
$$\phi_{sq} = l_s i_{sq} + m_{sr} i_{rq}$$

dalam bentuk matrik,

$$\begin{bmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & 0 \\ 0 & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + m_{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

2.4.2. Persamaan Tegangan Sistem park dq

Dari persamaan tegangan $V = Ri + \frac{d}{dt}\phi$, dapat dibuat persamaan tegangan untuk system yang baru, yaitu:

Persamaan tegangan disisi sekundernya adalah:

$V_r = V_{rN}$ dan $i_r = i_{rN}$

sehingga,

$$V_{rN} = [R_r][i_{rN}] + \frac{d}{dt}[\phi_{rN}]$$

atau

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

dengan mensubsitusikan persamaan (16) kedalam persamaan (18) diperoleh hubungan tegangan disisi sekunder pada system baru adalah :

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r + \frac{d}{dt} l_r & 0 \\ 0 & R_r + \frac{d}{dt} l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + m_{sr} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

dan persamaan tegangan di primer untuk system yang baru, adalah:

$[V_s] = [B][V_{sN}]$ atau $[V_{sN}] = [B]^{-1}[V_s]$

dimana

$[i_s] = [B][i_{sN}]$; $[\phi_s] = [B][\phi_{sN}]$

maka,

$$V_{sN} = [B]^{-1}[R_s][B][i_{sN}] + [B]^{-1}\frac{d}{dt}[B][\phi_{sN}]$$

$[B]^{-1}[B]$ adalah matriks satuan I

$$[V_{sN}]=[R_s][i_{sN}]+[B]^{-1}\frac{d\theta}{dt}\frac{d}{d\theta}[B][\phi_{sN}]+\frac{d}{dt}[\phi_{sN}]$$

$$[V_{sN}]=[R_s][i_{sN}]+\frac{d}{dt}[\phi_{sN}]+\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\omega\frac{d}{d\theta}\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}[\phi_{sN}]$$

$$[V_{sN}]=[R_s][i_{sN}]+\frac{d}{dt}[\phi_{sN}]+\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\omega\begin{bmatrix}-\sin\theta & -\cos\theta\\ \cos\theta & -\sin\theta\end{bmatrix}[\phi_{sN}]$$

$$[V_{sN}]=[R_s][i_{sN}]+\frac{d}{dt}[\phi_{sN}]+\omega\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}[\phi_{sN}]$$

Jadi

$$V_{sd}=R_s i_{sd}+\frac{d}{dt}\phi_{sd}-\omega\phi_{sd}$$

$$V_{sq}=R_s i_{sq}+\frac{d}{dt}\phi_{sq}+\omega\phi_{sq}$$

atau dalam bentuk matriks,

$$\begin{bmatrix}V_{sd}\\ V_{sq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_s & 0\\ 0 & R_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\end{bmatrix}+\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\phi_{sd}\\ \phi_{sq}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & -\omega\\ \omega & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\phi_{sd}\\ \phi_{sq}\end{bmatrix}\quad\text{......................(20)}$$

Dengan mensubsitusikan persamaan (17) kepersamaan (20) diperoleh hubungan tegangan dengan arus system baru pada sisi primer adalah:

$$\begin{bmatrix}V_{sd}\\ V_{sq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_s+\frac{d}{dt}l_s & -\omega l_s\\ \omega l_s & R_s+\frac{d}{dt}l_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\end{bmatrix}+m_{sr}\begin{bmatrix}\frac{d}{dt} & -\omega\\ \omega & \frac{d}{dt}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{rd}\\ i_{rq}\end{bmatrix}\quad\text{..............(21)}$$

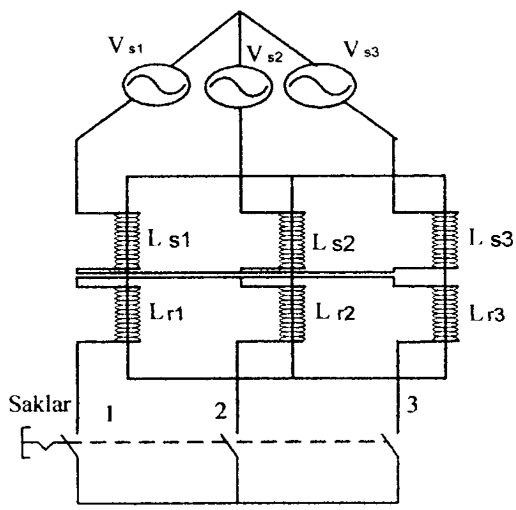
Jadi hubungan system baru park d,q dengan system lama tiga fasa adalah:

$$\begin{bmatrix}i_{r1}\\ i_{r2}\\ i_{r3}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}\bullet\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\sqrt{2} & 1 & 0\\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3}\\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{3}\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta\\ 0 & \sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{ro}\\ i_{rd}\\ i_{rq}\end{bmatrix}\quad\text{.................(22)}$$

$$\begin{bmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} 1 & cos\theta & -sin\theta \\ 1 & cos(\theta - 2\pi\pi/) & sin(\theta + \pi/3) \\ 1 & cos(\theta + 2\pi\pi/) & sin(\theta - \pi/3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ro} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \text{..............................(23)}$$

2 .5. Menentukan Persamaan Tegangan dan Arus Pada Kondisi Beban Nol dan Beban Hubung Singkat

Untuk menganalisis kondisi sistem transformator pada kondisi beban nol dan beban hubung singkat dapat diperlihatkan pada gambar 7 dibawah ini; Gambar 7 dibawah ini menunjukan hubungan transformator secara rangkaian listrik YY0,



Gambar 7. Transformator Tiga Fasa Yang Sisi Skundernya Dilengkapi Saklar

Gambar 7, memperlihatkan rangkaian trafo sisi sekunder diperlengkapi suatu saklar pada saat saklar terbuka hubungan trafo dalam kondisi tanpa beban, sedangkan dalam kondisi saklar tertutup sisi sekunder trafo terjadi hubung singkat tiga fasa. Jika tegangan fasa-netral disisi primer dalam kondidi seimbang ;

$$V_{s1} = V_m \sin \omega t$$

$$V_{s2} = V_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$V_{s3} = V_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$

2.5. 1. Keadaan beban nol

. Pada keadaan beban nol, saklar pada gambar 6 masih kondisi terbuka, sehingga tidak ada arus yang mengalir ke beban ($i_{r1} = i_{r2} = i_{r3} = 0$).

Dengan transformasi dari 3 fasa ke 2 fasa didapatkan :

$i_{r\alpha} = i_{r\beta} = i_{rd} = i_{rq} = 0$

Tegangan beban nol :

Untuk mendapatkan besaran dalam system baru d,q harus mengalikan [A^{-1}] dan $[B]^{-1}$ dengan system lama, maka diperoleh ;

$$V_{s\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}}.(V_{s1} - 1/2V_{s2} - 1/2V_{s3})$$

$$V_{s\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}}.(V_{s1} - 1/2(V_{s2} + V_{s3}))$$

$$V_{s\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}}.(3/2V_{s1}) = \sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \sin \omega t$$

$$V_{sd} = \sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \sin(\omega t - \theta)$$

$$V_{s\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(0 + \frac{1}{2}\sqrt{3}V_{s2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}V_{s3}\right)$$

$$V_{s\beta} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}(V_{s2} - V_{s3})\right)$$

$$V_{s\beta} = -\sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \cos \omega t$$

$$V_{sq} = -\sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \cos(\omega t - \theta)$$

Persamaan tegangan pada sumbu d,q

$$\begin{bmatrix} V_s \\ V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & M \\ M & R_r + pL_r \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

sehingga

$$\begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} R_r + pL_r & -M \\ -M & R_s + pL_s \end{bmatrix}}{D} \bullet \begin{bmatrix} V_s \\ V_r \end{bmatrix}$$

dengan $D = (R_s + pL_s)(R_r + pL_r) - M^2$

Dari persamaan diatas diperoleh arus system yang baru :

$$i_s = \frac{(R_s + pL_s)V_s + MV_r}{D}$$

$$i_r = \frac{(R_r + pL_r)V_r + MV_s}{D}$$, pada kondisi beban nol arus sekunder $i_r = 0$, sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut :

$$0 = \frac{(R_r + pL_r)V_r + MV_s}{D}$$

$$V_r = \frac{-MV_s}{(R_r + pL_r)}$$

Sehingga diperoleh arus primer sebagai berikut:

$$i_s = \frac{(R_s + pL_s)V_s + \dfrac{-M^2V_s}{(R_r + pL_r)}}{D}$$

$$i_s = \frac{\dfrac{((R_s + pL_s)(R_r + pL_r) - M^2)V_s}{(R_r + pL_r)}}{D}$$

$$i_s = \frac{V_s}{(R_r + pL_r)}$$ dengan persamaan tegangan disisi primer adalah :

$$[V_s] = \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3/2}\, V_m Sin(\omega t - \theta) \\ -\sqrt{3/2}\, V_m Cos(\omega t - \theta) \end{bmatrix}$$

Dari analisa diatas dapat diperoleh arus primer d,q beban nol adalah

$$i_{sd-bn} = \frac{\sqrt{3/2}\, V_m \omega}{L_r\left(\omega^2 + (R_r / L_r)^2\right)} \bullet \left(e^{-(R_r / L_r)t} - \cos(\omega t - \theta) - (R_r / \omega L_r)\sin(\omega t - \theta)\right)$$

$$i_{sq-bn} = \frac{\sqrt{3/2}\, V_m \omega}{L_r\left(\omega^2 + (R_r / L_r)^2\right)} \bullet \left((R_r / L_r)\left(e^{-(R_r / L_r)t} - \cos(\omega t - \theta)\right) - \omega \sin(\omega t - \theta)\right)$$

Tegangan disisi skunder pada saat beban nol adalah:

$$V_{rd-bn} = \frac{-\sqrt{3/2}\, V_m \omega M}{L_r\left(\omega^2 + (R_r / L_r)^2\right)} \bullet \left((R_r / L_r)\left(e^{-(R_r / L_r)t} - \cos(\omega t - \theta)\right) - \omega \sin(\omega t - \theta)\right)$$

$$V_{rq-bn} = \frac{\sqrt{3/2}\, V_m M}{L_r\left(\omega^2 + (R_r / L_r)^2\right)} \bullet \left(\left((R_r / L_r)^2 e^{-(R_r / L_r)t} + \omega^2 \cos(\omega t - \theta)\right) - \omega R_r / L_s \sin(\omega t - \theta)\right)$$

2.5.2. Keadaan Hubung Singkat

Pada kondisi saklar terhubung, terjadi hubung singkat tiga fasa pada sisi sekunder trafo:

Tegangan pada sisi primer adalah :

$$V_{sd} = \sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \sin(\omega t - \theta), \; V_{sq} = -\sqrt{3/2}\, V_m \cos(\omega t - \theta)$$

Sedangkan tegangan pada sisi sekunder adalah:

$$V_{r1} = V_{r2} = V_{r3} = 0$$
$$V_{r\alpha} = V_{r\beta} = V_{rd} = V_{rq} = 0$$

Sehingga persamaan tegangan pada saat terjadi hubung singkat adalah:

$$V_{sd-hs} = \sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \sin(\omega t - \theta)$$

$$V_{sq-hs} = -\sqrt{\frac{3}{2}}.V_m \cos(\omega t - \theta)$$

$$V_{r\alpha-hs} = V_{rd-hs} = 0$$

$$V_{r\beta-hs} = V_{rq-hs} = 0$$

2.6. Menentukan Persamaan Perubahan Tegangan Pada Sistem

Persamaan perubahan tegangan pada sisi primer dan skunder dapat dilakukan dengan operasi matematis yaitu operasi pengurangan tegangan pada kondisi hubung singkat dengan tegangan kondisi beban nol, seperti ditunjukkan persamaan dibawah ini;

$$\Delta V_{sd} = V_{sd-hs} - V_{sd-bn} = 0$$

$$\Delta V_{rd} = V_{rd-hs} - V_{rd-bn}$$

$$\ldots\ldots\ldots = \frac{\sqrt{3/2}\, V_m \omega M}{L_r\left(\omega^2 + (R_r / L_r)^2\right)} \bullet \left((R_r / L_r)\left(e^{-(R_r / L_r)t} - \cos(\omega t - \theta)\right) - \omega \sin(\omega t - \theta)\right)$$

$$\Delta V_{sq} = V_{sq-hs} - V_{sq-bn} = 0$$

$$\Delta V_{rq} = \frac{-\sqrt{3/2}\, V_m M}{L_r\left(\omega^2 + (R_r / L_r)^2\right)} \bullet \left(\left((R_r / L_r)^2 e^{-(R_r / L_r)t} + \omega^2 \cos(\omega t - \theta)\right) - \omega R_r / L_s \sin(\omega t - \theta)\right)$$

Dengan mengganti tegangan V dan arus i pada persamaan (21) dan persamaan (19) dengan ΔV dan Δi, maka persamaan perubahan tegangan dapat dituliskan :

$$\begin{bmatrix}\Delta V_{sd}\\ \Delta V_{sq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_s+\frac{d}{dt}l_s & -\omega l_s\\ \omega l_s & R_s+\frac{d}{dt}l_s\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_{sd}\\ \Delta i_{sq}\end{bmatrix}+m_{sr}\begin{bmatrix}\frac{d}{dt} & -\omega\\ \omega & \frac{d}{dt}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_{rd}\\ \Delta i_{rq}\end{bmatrix}\text{..........(24)}$$

$$\begin{bmatrix}\Delta V_{rd}\\ \Delta V_{rq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_r+\frac{d}{dt}l_r & 0\\ 0 & R_r+\frac{d}{dt}l_r\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_{rd}\\ \Delta i_{rq}\end{bmatrix}+m_{sr}\cdot\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta i_{sd}\\ \Delta i_{sq}\end{bmatrix}\text{..........(25)}$$

Persamaan matrik pada persamaan (24) dan (25) dipisahkan parameter koefisian arus yang mengandung diferensial dan yang tidak, sehingga dipersamaan matrik :

$$\begin{bmatrix}\Delta V_{sd}\\ \Delta V_{sq}\\ \Delta V_{rd}\\ \Delta V_{rq}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_s & -\omega l_s & 0 & -\omega m_{sr}\\ \omega l_s & R_s & \omega m_{sr} & 0\\ 0 & 0 & R_r & 0\\ 0 & 0 & 0 & R_r\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}\Delta i_{sd}\\ \Delta i_{sq}\\ \Delta i_{rd}\\ \Delta i_{rq}\end{bmatrix}+\ldots$$

$$\begin{bmatrix}L_s & 0 & m_{sr} & 0\\ 0 & L_s & 0 & m_{sr}\\ m_{sr} & 0 & L_r & 0\\ 0 & m_{sr} & 0 & L_r\end{bmatrix}\bullet\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\Delta i_{sd}\\ \Delta i_{sq}\\ \Delta i_{rd}\\ \Delta i_{rq}\end{bmatrix}\text{..................................(26)}$$

Besaran perubahan tegangan $\Delta V_{sd}, \Delta V_{sq}, \Delta V_{rd}$, dan ΔV_{rq} telah diketahui, sehingga secara numeric dapat diperoleh harga perubahan arus $\Delta i_{sd}, \Delta i_{sq}, \Delta i_{rd}$, dan Δi_{rq}.

Selanjutnya arus peralihan pada saat terjadi hubung singkat adalah jumlah arus beban nol dan harga-harga perubahan arus.

Atau dapat dituliskan : Arus hubung singkat = Arus beban nol + Perubahan Arus

Untuk menentukan arus peralihan pada system tiga fasa dapat diperoleh dengan bantuan persamaan (23).