



## PRAKATA

Versi awal dari buku ini berbentuk buku ajar yang diterbitkan oleh Pusat Pengembangan Pendidikan Universitas Riau. Materi pada buku ini merupakan kumpulan pengalaman penulis dalam mengasuh mata kuliah pengantar optimisasi di program strata satu Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau. Buku ini disusun dengan tujuan agar mahasiswa memiliki buku referensi yang tersusun secara sistematis untuk memahami topik program linear dan program linear integer. Materi yang ada dalam buku ini merujuk kepada beberapa buku teks standar yang digunakan secara luas di universitas seluruh dunia.

Prasyarat bagi memahami buku ini adalah aljabar matriks. Buku ini disusun sedemikian sehingga mahasiswa secara perlahan-lahan digiring ke bentuk matematika yang sedikit lebih abstrak. Ini nantinya akan berguna terutama dalam membahas masalah dualitas dan analisis sensitivitas dari solusi program linear, yang pembahasannya melibatkan beberapa teorema dengan pembuktian lebih bersifat matematis. Namun demikian, pembahasannya mudah diikuti dan dipahami bila mahasiswa memiliki pengetahuan aljabar matriks.

Materi buku ini dilengkapi dengan penyajian masalah program linear dalam model *spreadsheet* di lembaran kerja Microsoft Excel. Model *spreadsheet* seterusnya diselesaikan dengan *Solver* yang telah tersedia pada Microsoft Excel. Analisis pascaoptimal atau analisis sensitivitas dengan mudah bisa dilakukan dengan menggunakan *Solver*.

Program linear ini tidak hanya diajarkan di Program Studi S1 Matematika, tetapi diajarkan juga di fakultas lain, antara lain Fakultas Ekonomi dan Bisnis, Fakultas Perikanan dan Ilmu Kelautan, Fakultas Pertanian, Fakultas Teknik, dan Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan dengan tingkat kedalaman pembahasan yang beragam. Oleh karena itu, buku ini diharapkan dapat pula dimanfaatkan secara luas di lingkungan universitas.

Untuk memperbaiki kekurangan yang ada pada buku ini, saya sangat mengharapkan koreksi, kritik dan saran dari dosen dan mahasiswa. Mudah-mudahan buku ini bermanfaat.

### Ucapan Terima Kasih

Saya mengucapkan terima kasih kepada kolega saya Dr Syamsudhuha yang telah menyarankan untuk memasukkan topik aljabar matriks sebagai preliminaries matematika. Ucapan terima kasih saya tujukan kepada Dr Imran M yang telah memberikan saran-saran yang berharga terutama untuk materi yang lebih bersifat matematis. Ucapan terima kasih ditujukan kepada Dr Ihda Hasbiyati atas saran-saran perbaikan yang diberikan terkait dengan materi program linear dan program linear integer.



Teristimewa sekali, ucapan terima kasih saya tujukan kepada mahasiswa saya. Mereka sumber inspirasi dan ide, yang tercetus dari pertanyaan-pertanyaan mereka dan diskusi, baik di dalam maupun di luar kelas. Semoga Allah Ta'ala memberi kekuatan kepada kita untuk berkarya lebih banyak lagi.

Terakhir dan tidak kalah penting, penghargaan yang tulus saya tujukan kepada pihak penerbitan. Para kru penerbitan telah memproduksi buku ini dengan penampilannya yang bagus dan menarik. Sementara setiap kesalahan yang ada pada buku ini adalah tanggungjawab penulis.

Pekanbaru, Januari 2024

Jurusan Matematika

FMIPA Universitas Riau

MDHG

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:

a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.

b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.



# DAFTAR ISI

## PRAKATA **iii**

## BAB 1 DASAR-DASAR ALJABAR LINEAR **1**

- 1.1 Matriks dan Vektor **1**
- 1.2 Operasi Matriks **3**
- 1.3 Ketergantungan Linear dari Vektor **5**
- 1.4 Hukum Komunitatif, Asosiatif, dan Distributif **6**
- 1.5 Matriks Identitas dan Matriks Nol **7**
- 1.6. Transpos dari Matriks **9**
- 1.7 Operasi Baris Elementer **10**
- 1.8 Metode Gauss-Jordan **12**
- 1.9 Invers dari Matriks **16**
- 1.10 Determinan **21**
- Soal-Soal Latihan, **23**
- REFERENSI TERPILIH, **25**

## BAB 2 PEMODELAN MATEMATIKA **26**

- 2.1 Model Sederhana **26**
- 2.2 Masalah Pemotongan Stok **31**
- 2.3 Masalah Transportasi **36**
- 2.4 Masalah Pencampuran **38**
- 2.5 Jaringan Alir **41**
- Soal-Soal Latihan, **43**
- REFERENSI TERPILIH, **46**

## BAB 3 SOLUSI PROGRAM LINEAR DENGAN GRAFIK **47**

- 3.1 Solusi Optimal Banyak **50**
- 3.2 Solusi Optimal Tak Terbatas **51**
- 3.3 Program Linear Tidak Layak **53**
- Soal-Soal Latihan, **53**
- REFERENSI TERPILIH, **54**

## BAB 4 METODE SIMPLEX **55**

- 4.1 Mengubah Program Linear ke Dalam Bentuk Standar **55**
- 4.2 Prosedur Metode Simplex **58**
- 4.3 Tabel Simplex **63**
- 4.4 Menggunakan Metode Simplex untuk Minimisasi **66**
- 4.5 Solusi Degenerasi **68**
- 4.6 Solusi Optimal Banyak **70**
- 4.7 Solusi Optimal Tak Terbatas **71**
- 4.8 Metode  $M$ -Besar **72**
- 4.9 Metode Dua-Fase **75**
- 4.10 Program Linear Tidak Layak **79**



4.11	Variabel Bebas Tanda	80
4.12	Menyelesaikan Program Linear dengan <i>Solver</i>	82
	Soal-Soal Latihan,	88
	REFERENSI TERPILIH,	90
BAB 5 BENTUK MATRIKS DARI TABEL SIMPLEX 91		
5.1	Penurunan Aljabar dari Tabel Simplex	91
5.2	Komputasi Komponen-komponen Tabel Simplex	96
	Soal-Soal Latihan,	100
	REFERENSI TERPILIH,	102
BAB 6 MASALAH DUAL 103		
6.1	Pengertian Dual	103
6.2	Mencari Dual Program Linear	104
6.3	Hubungan Primal dan Dual	116
6.4	Metode Simplex Dual	120
	Soal-Soal Latihan,	122
	REFERENSI TERPILIH,	125
BAB 7 ANALISIS SENSITIVITAS 126		
7.1	Analisis Sensitivitas Secara Grafik	126
7.2	Harga bayangan	130
7.3	Analisis Sensitivitas Berdasarkan Tabel Simplex Optimal	131
7.4	Penambahan Kendala Baru pada Masalah Asal	136
7.5	Menggunakan <i>Solver</i> untuk Melakukan Analisis Sensitivitas	139
	Soal-Soal Latihan,	141
	REFERENSI TERPILIH,	144
BAB 8 MASALAH TRANSPORTASI DAN PENUGASAN 145		
8.1	Model Transportasi	145
8.2	Mencari Solusi Awal	148
8.3	Metode Simplex Transportasi	152
8.4	Masalah Transportasi Tidak Seimbang	160
8.5	Menyelesaikan Masalah Transportasi dengan <i>Solver</i>	164
8.6	Model Masalah Penugasan	168
8.7	Metode Hungarian	171
8.8	Menyelesaikan Masalah Penugasan dengan <i>Solver</i>	178
	Soal-Soal Latihan,	181
	REFERENSI TERPILIH,	184
BAB 9 PROGRAM INTEGER 185		
9.1	Tinjauan Secara Grafik	185
9.2	Metode Cabang-dan-Batas	187
	Soal-Soal Latihan,	200
	REFERENSI TERPILIH,	201
	INDEKS,	202