SMALL AREA ESTIMATION DENGAN METODE EBLUP FAY-HERRIOT PADA TINGKAT KEMISKINAN DI PROVINSI SUMATERA UTARA

KARYA ILMIAH

OLEH

DAMIANUS NAINGGOLAN
NIM 1703113966

PROGRAM STUDI S1 STATISTIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS RIAU
2021

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

SMALL AREA ESTIMATION DENGAN METODE EBLUP FAY-HERRIOT PADA TINGKAT KEMISKINAN DI PROVINSI SUMATERA UTARA

Damianus Nainggolan, Bustami

Program Studi S1 Statistika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya, Pekanbaru 28293

damianus.nainggolan4380@student.unri.ac.id

ABSTRACT

National socio-economic survey in March 2019 showed that the number of poor people in North Sumatra Province was 1,282 million people or 8,83 percent of the total population. The number of poor people and the percentage of poor people are obtained by direct estimation based on the survey conducted. Direct estimation in a small area has a poor accuracy because the estimator have a large variance. The method that can be used to solve this problem is indirect estimation with Small Area Estimation (SAE). This study uses SAE with the Empirical Best Linear Unbiased Prediction (EBLUP) Fay-Herriot method to estimate the parameter of the poverty level in North Sumatra Province by city. The data used is the poverty percentage of 33 cities using seven co-variables namely the human development index, gross enrollment ratio for elementary, junior, high school, and college, income per capita, and life expectancy in North Sumatra Province obtained from the survey results from the BPS. This study shows that SAE with the EBLUP Fay-Herriot method produces a better estimation value than the direct estimation.

Keywords: Direct estimation, small area estimation, empirical best linear unbiased prediction, Fay-Herriot model.

ABSTRAK

Survei sosial ekonomi nasional bulan Maret 2019 menunjukkan bahwa jumlah penduduk miskin di Provinsi Sumatera Utara sebanyak 1,282 juta jiwa atau sebesar 8,83 persen terhadap total penduduk. Jumlah penduduk miskin ini diperoleh dengan estimasi langsung berdasarkan survei yang dilaksanakan. Estimasi secara langsung pada area kecil memiliki ketelitian yang buruk karena estimator tersebut memiliki variansi yang besar. Metode yang dapat digunakan untuk mengatasi hal tersebut adalah estimasi tak langsung dengan *Small Area Estimation* (SAE). Penelitian ini menggunakan SAE dengan metode *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP) Fay-Herriot untuk mendapatkan estimasi parameter pada data tingkat kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara berdasarkan kabupaten/kota. Data yang digunakan adalah persentase kemiskinan 33 kabupaten/kota dengan menggunakan tujuh variabel penyerta yaitu indeks pembangunan manusia, angka partisipasi kasar SD, angka partisipasi kasar SMP, angka partisipasi kasar SMA, angka partisipasi kasar PT, pendapatan perkapita, dan angka harapan hidup di Provinsi Sumatera Utara yang diperoleh dari hasil survei Badan Pusat Statistik. Penelitian ini menunjukkan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
Perpustakaan Universitas Riau
© Hak cipta milik Universitas Riau

bahwa SAE dengan metode EBLUP Fay-Herriot menghasilkan nilai estimasi yang lebih baik dibandingkan dengan hasil estimasi langsung.

Kata Kunci: Estimasi langsung, *small area estimation*, *empirical best linear unbiased prediction* (EBLUP), model Fay-Herriot.

1. PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan masalah yang seringkali muncul dalam upaya untuk mewujudkan pembangunan yang berkelanjutan di Indonesia. Setiap wilayah di Indonesia memiliki tanggung jawab untuk mengentaskan kemiskinan di daerah. Hal yang terpenting untuk mendukung upaya pengentasan kemiskinan adalah tersedianya data tentang kemiskinan (Ferezagia, 2018).

Hasil survei sosial ekonomi nasional bulan Maret 2019 menunjukkan bahwa penduduk miskin di Provinsi Sumatera Utara berjumlah 1,282 juta jiwa atau sebesar 8,83 persen (BPS, 2019). Data hasil survey sosial ekonomi diperoleh dengan metode estimasi langsung yaitu berdasarkan hasil survei yang dilaksanakan.

Estimasi secara langsung pada area kecil memiliki ketelitian yang buruk karena statistik yang dihasilkan memiliki variansi yang besar (Wijaya et al., 2017). Solusi yang mungkin untuk masalah estimasi adalah dengan menggunakan informasi dari data terkait lainnya. Oleh sebab itu dibutuhkan informasi atau data tambahan dari variabel yang dianggap memiliki hubungan dengan variabel yang sedang diamati yang disebut sebagai variabel penyerta. Metode yang digunakan adalah metode estimasi tak langsung yaitu *Small Area Estimation* (SAE).

SAE merupakan teknik dalam statistika untuk melakukan estimasi parameter pada area kecil yang memiliki ukuran sampel yang kecil (Rao, 2003). Terdapat beberapa metode dalam SAE yaitu *Empirical Best Linear Unbiased Prediction* (EBLUP), *Hierarchical Bayes* (HB) dan *Empirical Bayes* (EB). Metode EBLUP merupakan metode estimasi parameter yang meminimumkan *Mean Square Error* (MSE) dengan akurasi yang tinggi (Rao, 2003).

Penelitian yang dilakukan oleh Ningtyas (2015) dengan menggunakan metode EBLUP pada data pengeluaran per kapita Kabupaten Brebes menunjukkan bahwa nilai MSE EBLUP lebih kecil dibandingkan dengan estimator langsung yang menunjukkan bahwa metode EBLUP merupakan metode estimasi parameter yang baik. Selanjutnya Nusrang (2017) membahas SAE dengan mempertimbangkan efek spasial dalam model yang dikenal dengan metode *Spatial* EBLUP. Penelitian ini memperoleh hasil bahwa metode *Spatial* EBLUP dapat memberikan hasil estimasi yang lebih baik daripada metode EBLUP.

2. *SMALL AREA ESTIMATION* DENGAN METODE EBLUP FAY-HERRIOT

Suatu area dianggap besar apabila sampel yang diambil cukup besar dan mencukupi untuk menghasilkan estimator langsung yang akurat. Jika sampel yang diambil pada suatu area

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository Universitas Riau
http://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

tidak cukup untuk melakukan estimasi secara langsung dengan hasil estimasi yang akurat maka dikatakan area kecil. Estimasi pada area kecil terbagi menjadi dua berdasarkan basis estimasi nya, yaitu estimasi berbasis rancangan dan estimasi berbasis model (Rao, 2003). Estimasi berbasis model menghubungkan informasi antar area melalui model yang dihasilkan. Informasi yang digunakan diasumsikan memiliki hubungan dengan variabel sedang diamati.

Model *area level* merupakan suatu model dalam *small area* dengan data penyerta yang tersedia hanya pada tingkat area, yakni $\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}} = (x_{1i}\ x_{2i}\ \dots\ x_{pi})$. Parameter yang akan diestimasi adalah θ_i dimana θ_i membentuk hubungan linier dengan $\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}$ dan dituliskan seperti pada persamaan berikut (Rao, 2003):

$$\theta_i = \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} + b_i v_i, \qquad i = 1,2,3,\dots,m, \tag{1}$$

dengan $\mathbf{x}_i$ vektor variabel penyerta, berukuran $p \times 1$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1\ \beta_2\ \dots\ \beta_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}}$ adalah vektor parameter yang *fixed* berukuran $p \times 1$, b_i konstanta positif, v_i efek random *small area*, dengan asumsi $v \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_v^2)$, m banyaknya area.

Untuk melakukan inferensi tentang populasi berdasarkan persamaan (1), diasumsikan bahwa estimator langsung y_i telah ada pada model dan dapat dituliskan sebagai (Nusrang, 2017):

$$y_i = \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} + b_i v_i + e_i, \qquad i = 1,2,3,\dots,m, \tag{2}$$

dengan e_i adalah sampling error dengan asumsi $e \sim N(0, \psi)$, dan diasumsikan bahwa v_i dan e_i saling independen.

Model Fay-Herriot merupakan model *area level* seperti pada persamaan (2) dengan $b_i = 1$ (Fay & Herriot, 1979). Model Fay-Herriot dengan mensubstitusikan $b_i = 1$ pada persamaan (2) dapat dituliskan seperti pada persamaan berikut (Rao & Torabi, 2014):

$$y_i = \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} + v_i + e_i, \qquad i = 1,2,3,\dots,m, \tag{3}$$

dengan y_i nilai estimasi langsung variabel respon berukuran 1×1, $\mathbf{x}_i$ vektor variabel penyerta, berukuran $p \times 1$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1\ \beta_2\ \dots\ \beta_{\mathrm{p}})^{\mathrm{T}}$ adalah vektor parameter yang *fixed* berukuran $p \times 1$, v_i efek random *small area*, dengan $v \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma_v^2)$, e_i sampling *error*, berukuran $1x1$, dengan e$\sim N(0, \psi)$, ψ_i diketahui yaitu MSE y_i.

Estimasi parameter pada model Fay-Herriot dapat dilakukan dengan menerapkan metode *Best Linear Unbiased Prediction* (BLUP) dengan mengasumsikan bahwa variansi efek random yaitu σ_v^2 telah diketahui nilainya. Model estimator BLUP didefinisikan seperti pada persamaan berikut (Rao, 2003):

$$\hat{y}_i^{\mathrm{BLUP}} = \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2 + \psi_i}\left(y_i - \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right) \cdot \tag{4}$$

Jika $\frac{\sigma_v^2}{\sigma_v^2+\psi_i}\left(y_i - \mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)$ didefinisikan sebagai $\hat{v}_i$, maka diperoleh model estimator BLUP untuk kombinasi linier $\mathbf{x}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{v}_i$ sebagai berikut (Rao, 2003):

$$\hat{y}_i^{\text{BLUP}} = \mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{v}_i\,, \tag{5}$$

dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{x}_i(\sigma_v^2 + \psi_i)^{-1}\mathbf{x}_i^{\text{T}})^{-1}\mathbf{x}_i(\sigma_v^2 + \psi_i)^{-1}y_i\,.$

Estimasi parameter pada metode BLUP mengasumsikan bahwa variansi efek random yaitu σ_v^2 telah diketahui nilainya, yang mana pada prakteknya, variansi efek random σ_v^2 sangat sulit untuk diketahui. Estimasi parameter dengan metode EBLUP menggantikan variansi efek random σ_v^2 dengan melakukan estimasi (Saei & Chambers, 2003). Pada estimasi parameter dengan metode EBLUP, variasi efek random σ_v^2 harus diestimasi dari data menggunakan *Maximum Likelihood Estimator* (MLE). MLE memerlukan *likelihood function* yang merupakan *probability density function* (pdf) dari y_i (Bain & Engelhardt, 1991). Nilai $\widehat{\sigma_v^2}$ yang diperoleh diambil sebagai nilai estimasi dari σ_v^2. Jika nilai $\widehat{\sigma_v^2}$ disubstitusikan ke estimator BLUP pada persamaan (4), maka diperoleh model estimator EBLUP seperti pada persamaan (6) berikut (Rao, 2003):

$$\hat{y}_i^{\text{EBLUP}} = \mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_v^2 + \psi_i}\left(y_i - \mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)\cdot \tag{6}$$

Jika $\frac{\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_v^2+\psi_i}\left(y_i - \mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)$ didefinisikan sebagai $\hat{v}_i$, maka diperoleh model estimator EBLUP untuk kombinasi linier $\mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dan $\hat{v}_i$ sebagai berikut (Rao, 2003):

$$\hat{y}_i^{\text{EBLUP}} = \mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{v}_i\,, \tag{7}$$

dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{x}_i(\hat{\sigma}_v^2 + \psi_i)^{-1}\mathbf{x}_i^{\text{T}})^{-1}\mathbf{x}_i(\hat{\sigma}_v^2 + \psi_i)^{-1}y_i\,.$

MSE estimator EBLUP didefinisikan seperti pada persamaan berikut (Rao, 2003):

$$\text{MSE}\left(\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}\right) = g_1 + g_2 + 2g_3, \tag{8}$$

dengan

$$g_1 = \frac{\hat{\sigma}_v^2\psi_i}{\hat{\sigma}_v^2+\psi_i},\ g_2 = \left(1 - \frac{\hat{\sigma}_v^2\psi_i}{(\hat{\sigma}_v^2+\psi_i)}\right)^2 \mathbf{x}_{\text{i}}^{\text{T}}\left(\frac{\hat{\sigma}_v^2+\psi_i)}{\mathbf{x}_{\text{i}}\mathbf{x}_{\text{i}}^{\text{T}}}\right)\mathbf{x}_{\text{i}},\ g_3 = \frac{2{\psi_i}^2}{(\hat{\sigma}_v^2+\psi_i)}\,.$$

Metode estimasi EBLUP pada SAE dalam penelitian ini digunakan pada data variabel respon yang terdistribusi secara normal dan variabel-variabel penyerta yang berkorelasi terhadap variabel respon. Sebelum dilakukan analisis SAE lebih lanjut, digunakan asumsi normalitas dan asumsi korelasi yang selanjutnya dilakukan uji terhadap asumsi tersebut. Uji normalitas dalam penelitian ini menggunakan statistik uji normalitas *Kolmogorov-Smirnov* yang didefinisikan dengan persamaan berikut (Daniel, 1989):

$$D = \max_{1\le i\le n}\left(\left|(F(z_i) - F_{n_{i-1}}(x_i)\right|, \left|F(z_i) - F_{n_i}(x_i)\right|\right), \tag{9}$$

dengan daerah kritis yang digunakan adalah tolak H_o jika $D > D_k$. Uji korelasi yang digunakan adalah uji korelasi *Pearson Product Moment* (PPM) dengan membandingkan

Repository Universitas Riau https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau http://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

nilai koefisien korelasi r dengan r_{tabel}. Nilai koefisien korelasi r didefinisikan seperti pada persamaan berikut (Triola, 2005):

$$r = \frac{m\sum_{i=1}^{m} X_i Y_i - \left(\sum_{i=1}^{m} X_i\right)\left(\sum_{i=1}^{m} Y_i\right)}{\left\{m\sum_{i=1}^{m} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} X_i\right)^2\right\}\left\{m\sum_{i=1}^{m} Y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} Y_i\right)^2\right\}}, \tag{10}$$

dengan daerah kritis yang digunakan adalah tolak H_o jika $r > r_{(\alpha,n-1)}$.

3. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini berupa data sekunder yang merupakan hasil Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) tahun 2019 tentang profil kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara (BPS, 2019). Variabel penelitian yang digunakan merujuk pada kriteria kemiskinan menurut *United Nations Development Program* (UNDP). Variabel pada penelitian ini terdiri atas dua bagian, yaitu variabel respon Y dan variabel penyerta X. Adapun variabel-variabel yang dimaksud dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Variabel penelitian

No	Variabel	Keterangan	Jenis variabel
1	Y	Persentase penduduk miskin	Respon
2	X_1	Indeks pembangunan manusia	Penyerta
3	X_2	Angka partisipasi kasar SD	Penyerta
4	X_3	Angka partisipasi kasar SMP	Penyerta
5	X_4	Angka partisipasi kasar SMA	Penyerta
6	X_5	Angka partisipasi kasar PT	Penyerta
7	X_6	Pendapatan perkapita	Penyerta
8	X_7	Angka harapan hidup	Penyerta

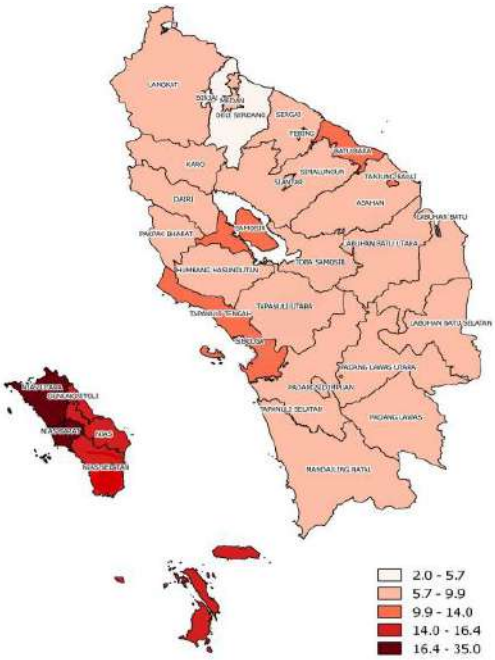
Penelitian ini menggunakan metode EBLUP Fay-Herriot yang bertujuan untuk mendapatkan estimasi parameter dan kemudian memperoleh nilai prediksi persentase penduduk miskin di Provinsi Sumatera Utara berdasarkan Kabupaten/Kota. Adapun langkah analisis yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan bantuan *software RStudio* adalah sebagai berikut:

a. Menyajikan peta persentase kemiskinan Provinsi Sumatera Utara.
b. Menyajikan data Y dan mengeksplorasi data menggunakan statistika deskriptif.
c. Melakukan uji normalitas terhadap data Y kemudian melakukan uji korelasi PPM dan mendapatkan nilai korelasi masing-masing variabel penyerta terhadap variabel respon Y untuk menentukan variabel penyerta yang digunakan dalam penelitian.
d. Melakukan estimasi terhadap σ_v^2, $\boldsymbol{\beta}$, dan $\hat{v}_i$
e. Membentuk model SAE EBLUP dengan mengikuti persamaan berikut.
f. Menghitung nilai prediksi persentase penduduk miskin berdasarkan model SAE EBLUP Fay-Herriot yang diperoleh $\left(\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}\right)$.
g. Menghitung $\text{MSE}\left(\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}\right)$ dengan mengikuti persamaan berikut.

h. Membandingkan MSE estimasi langsung ($\mathrm{MSE}(y_i)$ dengan $\mathrm{MSE}(\hat{y}_i^{\mathrm{EBLUP}})$.
i. Membuat kesimpulan dan saran.

4. *SMALL AREA ESTIMATION* DENGAN METODE EBLUP FAY-HERRIOT PADA TINGKAT KEMISKINAN DI PROVINSI SUMATERA UTARA

Estimasi langsung y_i diperoleh dari data variabel respon yaitu hasil persentase penduduk miskin berdasarkan kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Utara. Berikut disajikan peta persentase penduduk miskin berdasarkan kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Utara.



Gambar 1. Peta persentase penduduk miskin Provinsi Sumatera Utara berdasarkan kabupaten/kota

Statistik deskriptif persentase penduduk miskin (Y) secara numerik seperti pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Statistik deskriptif persentase penduduk miskin (Y)

Min	$Median$	$Mean$	Max
3,890	9,270	9,814	17,230

Tabel 2 menunjukkan statistik deskriptif dari persentase penduduk miskin, dimana persentase penduduk miskin terkecil terdapat pada Kabupaten Deli Serdang, yaitu sebesar 3,890 persen dari jumlah penduduk dan persentase penduduk miskin terbesar terdapat pada Kabupaten Nias Barat, yaitu sebesar 17,230 persen dari jumlah penduduk. Rata-rata persentase penduduk miskin adalah sebesar 9,814. Selanjutnya hasil uji normalitas menunjukkan bahwa $D = 0{,}147 < D_k = 0{,}231$, sehingga gagal menolak H_o yang berarti

Repository Universitas Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

bahwa data estimasi langsung y_i berdistribusi normal. Kemudian statistik uji r dan nilai $r_{(0,05;31)}$ disajikan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Hasil uji korelasi PPM

Variabel	r	$r_{(0,05;31)}$	Hasil	Keputusan
X_1	0,403	0,344	$r > r_{(0,05;31)}$	Tolak H_o
X_2	0,555	0,344	$r > r_{(0,05;31)}$	Tolak H_o
X_3	0,156	0,344	$r < r_{(0,05;31)}$	Gagal Menolak H_o
X_4	0,133	0,344	$r < r_{(0,05;31)}$	Gagal Menolak H_o
X_5	0,006	0,344	$r < r_{(0,05;31)}$	Gagal Menolak H_o
X_6	0,414	0,344	$r > r_{(0,05;31)}$	Tolak H_o
X_7	0,023	0,344	$r < r_{(0,05;31)}$	Gagal Menolak H_o

Hasil uji korelasi PPM pada Tabel 3 menunjukkan bahwa tiga variabel penyerta yang menolak H_o yaitu X_1, X_2 dan X_6 yang berarti bahwa variabel penyerta X_1, X_2 dan X_6 berkorelasi dengan Y, sedangkan variabel X_3, X_4, X_5 dan X_7 gagal menolak H_o yang berarti variabel penyerta X_3, X_4, X_5 dan X_7 tidak berkorelasi dengan variabel respon, sehingga proses estimasi dengan metode EBLUP Fay-Herriot menggunakan variabel penyerta X_1, X_2 dan X_6.

Estimasi nilai σ_v^2 dilakukan dengan menggunakan metode MLE dan diperoleh secara numerik dengan menyelesaikan persamaan *Scoring Algorithm* pada iterasi Newton-Raphson dengan menetapkan nilai awal $\sigma_v^{2\,(0)} = 0$ dan nilai toleransi $\left|(\hat{\sigma}_v^2)^{(a+1)} - (\hat{\sigma}_v^2)^{(a)}\right| < 10^{-10}$, sehingga diperoleh nilai $\hat{\sigma}_v^2 = 2{,}965$. Hasil estimasi parameter $\boldsymbol{\beta}$ untuk masing-masing X_1, X_2 dan X_6diperoleh $\hat{\beta}_1 = -0{,}276$, $\hat{\beta}_2 = 0{,}261$, $\hat{\beta}_6 = 0{,}023$ selanjutnya hasil estimasi untuk v_i yaitu $\hat{v}_i$ disajikan seperti pada pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Nilai estimasi parameter v_i

Parameter	Nilai estimasi	Parameter	Nilai estimasi
$\hat{v}_1$	2,825	$\hat{v}_{18}$	-3,136
$\hat{v}_2$	-1,539	$\hat{v}_{19}$	-0,842
$\hat{v}_3$	-1,700	$\hat{v}_{20}$	0,872
$\hat{v}_4$	0,708	$\hat{v}_{21}$	-1,772
$\hat{v}_5$	-0,292	$\hat{v}_{22}$	0,857
$\hat{v}_6$	0,486	$\hat{v}_{23}$	0,202
$\hat{v}_7$	-0,258	$\hat{v}_{24}$	-1,602
$\hat{v}_8$	0,062	$\hat{v}_{25}$	0,203
$\hat{v}_9$	0,042	$\hat{v}_{26}$	3,565
$\hat{v}_{10}$	-1,329	$\hat{v}_{27}$	0,766
$\hat{v}_{11}$	0,239	$\hat{v}_{28}$	0,134
$\hat{v}_{12}$	-2,781	$\hat{v}_{29}$	1,403
$\hat{v}_{13}$	-0,298	$\hat{v}_{30}$	2,139
$\hat{v}_{14}$	-0,321	$\hat{v}_{31}$	-1,571

$\hat{v}_{15}$	-1,653	$\hat{v}_{32}$	-0,478
$\hat{v}_{16}$	-1,398	$\hat{v}_{33}$	5,188
$\hat{v}_{17}$	1,018		

Model SAE EBLUP yang dapat dibentuk setelah memperoleh nilai estimasi variansi pengaruh acak σ_v^2, parameter $\boldsymbol{\beta}$ dan v_i adalah sebagai berikut.

$$\hat{y}_i^{\text{EBLUP}} = \mathbf{x}_i^{\text{T}}\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{v}_i,$$

$$\hat{y}_i^{\text{EBLUP}} = \mathbf{x}_i^{\text{T}}\begin{bmatrix} -0{,}276 \\ 0{,}261 \\ 0{,}023 \end{bmatrix} + \hat{v}_i,$$

Model SAE EBLUP di atas digunakan untuk mendapatkan nilai prediksi tingkat kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara dan digunakan statistika deskriptif untuk menggambarkan data tersebut secara numerik seperti pada Tabel 5 berikut.

Tabel 5. Statistik deskriptif $\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$

Min	*Median*	*Mean*	*Max*
3,895	9,277	9,807	17,037

Tabel 5 menunjukkan statistik deskriptif dari data persentase penduduk miskin hasil SAE EBLUP, dimana persentase penduduk miskin terkecil terdapat pada Kabupaten Deli Serdang, yaitu sebesar 3,895 persen dari jumlah penduduk dan persentase penduduk miskin terbesar terdapat pada Kabupaten Nias Barat, yaitu sebesar 17,037 persen dari jumlah penduduk. Hasil estimasi langsung y_i dan $\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$ Fay-Herriot disajikan pada Tabel 6 dan divisualisasikan pada Gambar 2 dan selanjutnya untuk melihat perbandingan MSE estimasi langsung (MSE y_i) dan MSE EBLUP Fay-Herriot $\left(\text{MSE } \hat{y}_i^{\text{EBLUP}}\right)$, disajikan grafik perbandingan MSE y_i dan MSE $\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$ seperti pada Gambar 3.

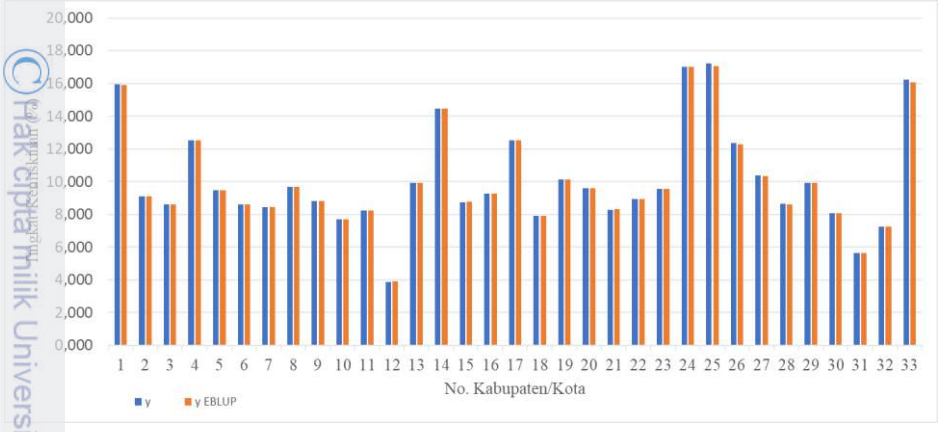
Tabel 6 Persentase penduduk miskin Provinsi Sumatera Utara berdasarkan kabupaten/kota $\left(y_i \text{ dan } \hat{y}_i^{\text{EBLUP}}\right)$.

No	Kabupaten/Kota	y_i	$\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$
1	Nias	15,940	15,884
2	Mandailing Natal	9,110	9,114
3	Tapanuli Selatan	8,600	8,607
4	Tapanuli Tengah	12,530	12,525
5	Tapanuli Utara	9,480	9,483
6	Toba Samosir	8,600	8,597
7	Labuhan Batu	8,440	8,441
8	Asahan	9,680	9,680
9	Simalungun	8,810	8,810

Repository University of Riau
https://repository.unriau.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

10	Dairi	7,700	7,707
11	Karo	8,230	8,229
12	Deli Serdang	3,890	3,895
13	Langkat	9,910	9,911
14	Nias Selatan	14,450	14,452
15	Humbang Hasundutan	8,750	8,762
16	Pakpak Bharat	9,270	9,277
17	Samosir	12,520	12,507
18	Serdang Bedagai	7,900	7,919
19	Batu Bara	10,140	10,148
20	Padang Lawas Utara	9,600	9,594
21	Padang Lawas	8,280	8,303
22	Labuhan Batu Selatan	8,940	8,927
23	Labuhan Batu Utara	9,570	9,567
24	Nias Utara	17,010	17,004
25	Nias Barat	17,230	17,037
26	Kota Sibolga	12,360	12,296
27	Kota Tanjung Balai	10,360	10,348
28	Kota Pematang Siantar	8,630	8,629
29	Kota Tebing Tinggi	9,940	9,911
30	Kota Medan	8,080	8,071
31	Kota Binjai	5,660	5,662
32	Kota Padang Sidempuan	7,260	7,262
33	Kota Gunung Sitoli	16,230	16,073

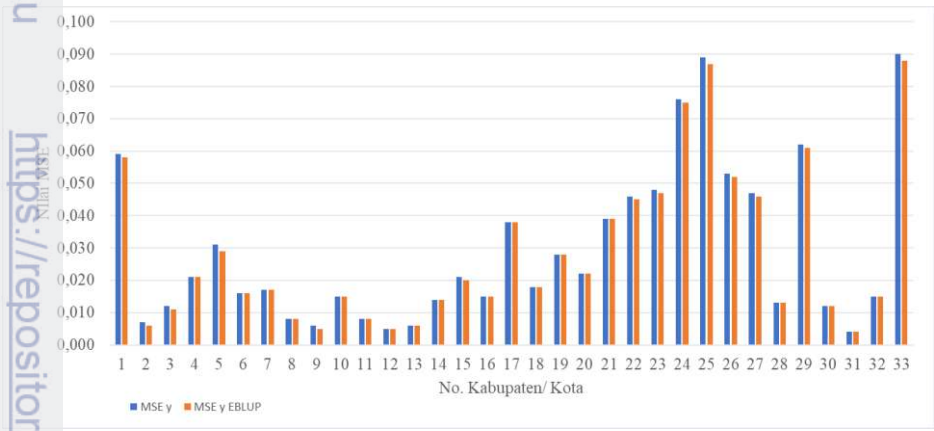
Selanjutnya disajikan grafik perbandingan estimasi langsung dengan SAE EBLUP Fay-Herriot sebagai visualisasi dari Tabel 6 di atas seperti pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Grafik estimasi langsung dan SAE EBLUP Fay-Herriot

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

Tabel 6 dan Gambar 2 menunjukkan hasil estimasi langsung y_i dan hasil SAE EBLUP Fay-Herriot $\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$ untuk tingkat kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara berdasarkan kabupaten/kota, dimana kedua metode estimasi tersebut saling memperlihatkan bahwa terdapat tiga kabupaten/kota yang memiliki persentase kemiskinan yang cukup tinggi, yaitu kabupaten/kota ke-25 (Nias Barat), kabupaten ke-24 (Nias Utara) dan kabupaten/kota ke-33 (Gunung Sitoli). Persentase kemiskinan tertinggi terdapat pada kabupaten/kota ke-25 (Nias Barat) yaitu sebesar 17,230 persen (estimasi langsung) dan sebesar 17,037 persen (SAE EBLUP Fay-Herriot). Persentase kemiskinan terendah terdapat pada kabupaten kota ke-12 (Deli Serdang) yaitu sebesar 3,890 persen (estimasi langsung) dan sebesar 3,895 persen (SAE EBLUP Fay-Herriot).



Gambar 3. Grafik perbandingan MSE estimasi langsung dan SAE EBLUP Fay-Herriot

Gambar 3 menunjukkan perbandingan nilai MSE y_i dan MSE $\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$ dimana diperoleh bahwa MSE $\hat{y}_i^{\text{EBLUP}}$ lebih kecil daripada MSE y_i.

5. KESIMPULAN

Hasil SAE menggunakan metode EBLUP Fay-Herriot pada data tingkat kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara menunjukkan bahwa Kabupaten Nias Barat menjadi kabupaten dengan persentase kemiskinan terbesar yaitu sebesar 17,037 persen dan kota dengan persentase kemiskinan terkecil adalah Kabupaten Deli Serdang dengan persentase sebesar 3,895 persen, dengan rata-rata persentase kemiskinan sebesar 9,807 persen. Hasil SAE menggunakan metode EBLUP Fay-Herriot memperoleh nilai MSE lebih kecil dibandingkan dengan MSE estimator langsung. Berdasarkan perbandingan nilai MSE tersebut dapat disimpulkan bahwa hasil SAE dengan metode EBLUP Fay-Herriot lebih baik dibandingkan dengan estimasi langsung pada tingkat kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara.

Repository Universitas Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak Cipta Milik Universitas Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L. J., & Engelhardt, M. (1991). *Introduction to probability and mathematical statistics* (2nd ed.). Pacific Grove: Duxbury.

BPS. (2019). *Profil kemiskinan di Provinsi Sumatera Utara tahun 2019*. Medan: Badan Pusat Statistik.

Daniel, W. W. (1989). *Applied nonparametric statistic* (2nd ed.). Boston: PWS-KENT Pub.

Fay, R. E., & Herriot, R. A. (1979). Estimates of income for small places: An application of James-Stein procedures to census data. *Journal of the American Statistical Association*, *74*(366), 269.

Ferezagia, D. V. (2018). Analisis tingkat kemiskinan di Indonesia. *Jurnal Sosial Humaniora Terapan*, *1*(1), 1–6.

Ningtyas, R., Rahmawati, R., & Yuciana, W. (2015). Penerapan metode empirical best linear unbiased prediction (eblup) pada model penduga area kecil dalam pendugaan pengeluaran per kapita di Kabupaten Brebes. *Jurnal Gaussian*, *4*, 977–986.

Nusrang, M. (2017). Spatial EBLUP dalam pendugaan area kecil. *Sainsmat : Jurnal Ilmiah Ilmu Pengetahuan Alam*, *VI*(1), 59–66.

Rao, J. N. K. (2003). *Small area estimation*. New York: Jhon Wiley and Sons.

Rao, J. N. K., & Torabi, M. (2014). On small area estimation under a sub-area level model. *Journal of Multivariate Analysis*, *127*(3), 36–55.

Saei, A., & Chambers, R. (2003). Small area estimation: a review of methods based on the application of mixed models. *SRI Methodologi Working Paper M03/16, University of Southampton, UK.*

Triola, M. F. (2005). *Elementary statistics* (10th ed.). New York: Greg Tobin.

Wijaya, A., Darsyah, Y., & Suprayitno, I. J. (2017). Small area estimation dengan pendekatan empirical best linear unbiased prediction. *Jurnal Pendidikan, Sains Dan Teknologi FMIPA Universitas Muhammadiyah Semarang*, *1*(1), 398–405.