ADANGAN PREMI ASURANSI JIWA *LAST IVOR* DENGAN ASUMSI *CONSTANT FORCE* DAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

KARYA ILMIAH

OLEH

BETRI SEPTYANA MARLINA
NIM. 1703110658

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS RIAU
PEKANBARU
2021

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

CADANGAN PREMI ASURANSI JIWA *LAST SURVIVOR* DENGAN ASUMSI *CONSTANT FORCE* DAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

Betri Septyana Marlina

Mahasiswa Program Studi S1 Matematika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya, Pekanbaru 28293

betriseptyanamarlina@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses the premium of reserves of last survivor term life insurance based on premium sufficiency method for two persons, who are respectively x and y years old. The calculation of this reserve is obtained by determining the single premium, annual premium, gross premium and life annuity with use at the constant force assumption. The premium is obtained by determining the life annuity and single premium value based on the assumption of constant force and continued by calculating the force of mortality using De Moivre's law, then the premium formula to determine the premium reserve is obtained based on the assumption of constant force.

Keywords: Last survivor, premium sufficiency method, gross premium, constant force assumption, De Moivre's law

ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang cadangan premi asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan metode *premium sufficiency* untuk dua peserta asuransi masing-masing berusia x dan y tahun. Perhitungan cadangan ini diperoleh dengan menentukan premi tunggal, premi tahunan, premi kotor dan anuitas hidup dengan menggunakan asumsi *constant force*. Premi diperoleh dengan menentukan terlebih dahulu anuitas hidup dan nilai premi tunggal berdasarkan asumsi *constant force* dan dilanjutkan dengan menghitung besarnya percepatan mortalita menggunakan hukum De Moivre, kemudian diperoleh formula premi untuk menentukan cadangan premi berdasarkan asumsi *constant force*.

Kata kunci: *Last survivor*, metode *premium sufficiency*, premi kotor, asumsi *constant force*, hukum *De Moivre*

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

1. PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari manusia tidak pernah terlepas dari risiko dan bahaya. Bahaya yang datang mengancam kehidupan manusia disebabkan oleh peristiwa yang datang secara tak terduga seperti meninggal, kecelakaan, bencana alam dan sebagainya. Alasan itulah yang mendorong seseorang untuk mencari perlindungan atau jaminan keamanan dan rasa nyaman untuk masa depan yaitu dengan mengikuti program asuransi. Program asuransi yang dimaksud ialah asuransi jiwa. Asuransi jiwa adalah suatu asuransi yang memberikan pembayaran sejumlah uang tertentu atas kematian tertanggung kepada ahli waris atau orang yang berhak menerimanya sesuai dengan ketentuan dalam polis asuransi jiwa [7].

Asuransi jiwa berdasarkan jangka waktu perlindungannya ada empat yaitu asuransi jiwa berjangka, asuransi jiwa seumur hidup, asurani jiwa dwiguna murni dan asurani jiwa dwiguna [7]. Asuransi jiwa berjangka adalah suatu asuransi jiwa apabila pemegang polis mulai dari disetujuinya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tertentu meninggal, maka akan dibayarkan uang pertanggungan. Berdasarkan jumlah tertanggungnya asuransi jiwa terbagi atas dua, yaitu asuransi jiwa tunggal (perorangan) dengan jumlah tertanggungnya hanya satu orang dan asuransi jiwa gabungan dengan jumlah tertanggungnya lebih dari satu orang.

Asuransi multi life memiliki dua istilah berdasarkan status kematian dari kumpulan tertanggung yaitu *joint life* dan *last survivor* [1]. Perbedaan asuransi multi life ini adalah pada waktu pemberian uang pertanggungannya. Asuransi *joint life* yaitu asuransi jiwa dimana uang pertanggungan dibayarkan pada pasangan yang ditinggalkan apabila terjadi kematian pada pasangan tersebut. Asuransi *last survivor* yaitu asuransi jiwa yang uang pertanggungan dibayarkan apabila salah satu tertanggung masih tetap hidup hingga akhir masa waktu pertanggungan.

Pada artikel ini akan ditentukan cadangan aremi asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan asumsi *constant force* dan metode *premium sufficiency*. Peserta yang berusia x tahun dan y tahun mengikuti satu polis asuransi, kemudian dari dua orang yang berusia x tahun dan y tahun inilah dibayarkan uang pertanggungan pada waktu urutan paling akhir meninggal dengan premi dan uang pertanggungannya dibayarkan pada akhir tahun polis. Dalam artikel ini dibahas perhitungan cadangan premi dengan menggunakan asumsi *constant force* dan hukum mortalita yang digunakan adalah hukum *De Moivre* [8].

2. FUNGSI SURVIVAL DAN ASUMSI *CONSTANT FORCE*

Di dalam aktuaria, fungsi yang menyatakan peluang seseorang yang dapat bertahan hidup hingga beberapa tahun berikutnya dinamakan fungsi survival. Jika X merupakan variabel random kontinu yang menyatakan lamanya hidup peserta asuransi, maka fungsi *survival* dapat dinyatakan sebagai berikut [2, h.52]:

$$S(x) = \mathrm{P}(X > x).$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau https://repository.unri.ac.id © Hak cipta milik Universitas Riau

Definisi 1 [10, h. 86]. Fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ dari variabel random kontinu dengan fungsi kepadatan peluang $f(x)$ adalah

$$F(x) = \mathrm{P}(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt \text{ untuk } -\infty < x < \infty.$$

Berdasarkan Definisi 1 diperoleh hubungan fungsi *survival* dengan fungsi distribusi kumulatif sebagai berikut:

$$S(x) = 1 - F(x).$$

Percepatan mortalita yang menggunakan distribusi eksponensial disebut juga dengan *constant force of mortality*, yaitu percepatan mortalita dari peserta yang berusia x tahun bernilai konstan untuk setiap usia, yaitu

$$\mu_x = \mu. \tag{1}$$

sehingga percepatan mortalita dari peserta yang berusia $x + s$ tahun bernilai sama dengan peserta yang berusia x tahun. Dengan syarat bahwa $0 \leq s \leq 1$, sehingga percepatan mortalita dengan asumsi *constant force* berdasarkan persamaan (1) dapat dinyatakan dengan

$$\mu_{x+s} = \mu \quad 0 \leq s \leq 1. \tag{2}$$

Peluang hidup dari peserta asuransi jiwa yang berusia x tahun dalam jangka waktu t tahun dinotasikan dengan ${}_tp_x$ [3, h.27], yaitu

$${}_tp_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s}\, ds}. \tag{3}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2) ke dalam persamaan (3) diperoleh peluang hidup peserta asuransi jiwa berusia x tahun sampai jangka waktu t tahun berdasarkan asumsi *constant force*, yaitu

$${}_tp_x = e^{-\mu t}. \tag{4}$$

Dengan memisalkan μ_1 sebagai percepatan mortalita yang konstan untuk peserta asuransi yang berusia x tahun, dan μ_2 untuk peserta asuransi yang berusia y tahun, maka diperoleh peluang hidup peserta asuransi yang berusia x hingga t tahun berdasarkan (4) sebagai berikut:

$${}_tp_x = e^{-\mu_1 t}. \tag{5}$$

Dengan cara yang sama diperoleh peluang hidup peserta asuransi yang berusia y hingga t tahun sebagai berikut:

$${}_tp_y = e^{-\mu_2 t}. \tag{6}$$

Dengan μ_1 dan μ_2 diperoleh percepatan mortalita untuk peserta yang berusia x

tahun berdasarkan hukum *De Moivre* [4, h. 163], yaitu

$$\mu_1 = \frac{1}{\omega - x}. \tag{7}$$

Selanjutnya percepatan mortalita untuk peserta yang berusia y tahun sebagai berikut:

$$\mu_2 = \frac{1}{\omega - y}. \tag{8}$$

Peluang hidup asuransi jiwa *last survivor* yaitu peluang peserta asuransi jiwa setidaknya satu orang peserta yang berusia x tahun dan y tahun tetap bertahan hidup dalam jangka waktu t tahun yang dinotasikan dengan ${}_tp_{\overline{xy}}$, yaitu

$${}_tp_{\overline{xy}} = {}_tp_x + {}_tp_y - {}_tp_x{}_tp_y. \tag{9}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (5) dan persamaan (6) ke dalam persamaan (9) diperoleh peluang hidup peserta asuransi jiwa *last survivor* berdasarkan asumsi *constant force*,

$${}_tp_{\overline{xy}} = (e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{-\mu_1 t}e^{-\mu_2 t}). \tag{10}$$

3. ANUITAS HIDUP BERJANGKA DENGAN ASUMSI *CONSTANT FORCE*

Besar anuitas sangat dipengaruhi oleh tingkat bunga. Tingkat bunga dinotasikan dengan i. Tingkat bunga ada dua macam yaitu tingkat bunga tunggal dan tingkat bunga majemuk. Dalam majemuk terdapat faktor diskon yang dinotasikan dengan v, yaitu nilai sekarang untuk pembayaran sebesar 1 satuan yang akan dibayarkan 1 tahun kemudian. Adapun hubungan antara tingkat bunga dan faktor diskon berdasarkan Futami [5, h. 2] dinyatakan sebagai

$$v = \frac{1}{(1+i)}.$$

Terdapat dua jenis tingkat bunga majemuk yaitu tingkat bunga nominal dan tingkat bunga efektif. Secara akumulasi terdapat hubungan antara tingkat bunga nominal dan tingkat bunga efektif yaitu [9, h. 23]

$$1 + i = \left(1 + \frac{i^{(n)}}{n}\right)^n.$$

Percepatan pembungaan *force of interest* yang dinotasikan dengan δ dirumuskan

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

sebagai berikut:

$$\delta = \ln(1+i).$$

Dengan menggunakan percepatan pembungaan *force of interest* yang dinotasikan dengan δ faktor diskon menjadi

$$v = e^{-\delta}. \tag{11}$$

Nilai tunai anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan satu kali pada awal tahun selama jangka waktu tertentu disebut anuitas hidup awal berjangka dinotasikan $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$, dengan x menyatakan usia dari peserta asuransi jiwa dan n merupakan jangka waktu tertentu. Menurut Dickson et al. [3, h. 113] anuitas hidup awal berjangka dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_tp_x. \tag{12}$$

Selanjutnya, dengan mensubstitusikan persamaan (5) dan persamaan (11) ke dalam persamaan (12) diperoleh anuitas hidup awal berjangka peserta asuransi jiwa berusia x tahun dengan jangka waktu n tahun berdasarkan asumsi *constant force* sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta t}\, e^{-\mu_1 t}.$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka *last survivor* dari peserta asuransi jiwa yang berusia x dan y tahun dengan pembayaran sebesar 1 satuan pembayaran dengan jangka waktu selama n tahun dinotasikan dengan $\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$ adalah

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_tp_{\overline{xy}}. \tag{13}$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (10) ke dalam persamaan (13) diperoleh nilai tunai anuitas hidup awal berjangka *last survivor* berdasarkan asumsi *constant force* yaitu

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta t}\left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right). \tag{14}$$

Berdasarkan persamaan (14) untuk jangka waktu masa pembayaran premi selama m tahun, maka nilai tunai anuitas hidup berjangka *last survivor* dapat diny-

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

atakan menjadi

$$\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}|} = \sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t}\left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right). \tag{15}$$

Untuk jangka pertanggungan $n-s$ tahun dan usia peserta asuransi jiwa masing-masing $x+s$ dan $y+s$ tahun, dengan $0 \le s \le n$, maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka *last survivor* menjadi

$$\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s}|} = \sum_{t=0}^{n-s-1} e^{-\delta t}\left[e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}\right]. \tag{16}$$

Untuk masa pembayaran premi selama m tahun dengan jangka waktu $m-s$ tahun dan usia peserta asuransi jiwa masing-masing $x+s$ dan $y+s$ tahun, dengan $0 \le s \le m$, maka nilai tunai anuitas hidup awal berjangka *last survivor* menjadi

$$\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{m-s}|} = \sum_{t=0}^{m-s-1} e^{-\delta t}\left[e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}\right]. \tag{17}$$

4. CADANGAN PREMI ASURANSI JIWA *LAST SURVIVOR* DENGAN ASUMSI *CONSTANT FORCE* DAN METODE *PREMIUM SUFFICIENCY*

Sebelum menghitung premi tahunan, terlebih dahulu dilakukan perhitungan premi tunggal asuransi jiwa berjangka *last survivor* untuk peserta asuransi jiwa masing-masing berusia x dan y tahun, dinotasikan dengan $A^1_{\overline{xy}:\overline{n}|}$.

Untuk premi tunggal asuransi jiwa berjangka status *last survivor* sama seperti premi tunggal asuransi jiwa berjangka status hidup perorangan. Misalkan v merupakan faktor diskon, ${}_t|q_{\overline{xy}}$ menyatakan peluang meninggal tertunda untuk status hidup *last survivor*, dan premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk status gabungan dengan uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran adalah

$$A^1_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\,{}_t|q_{\overline{xy}}.$$

Selanjutnya premi tunggal asuransi jiwa berjangka status hidup *last survivor* juga dapat dinyatakan dengan

$$A^1_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1}\left({}_tp_{\overline{xy}} - {}_{t+1}p_{\overline{xy}}\right). \tag{18}$$

Berdasarkan persamaan (18) premi tunggal asuransi jiwa berjangka *last survivor*

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

dengan asumsi *constant force* sebagai berikut:

$$A^1_{\overline{xy}:\overline{n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta(t+1)} \Big[(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}) - (e^{-\mu_1(t+1)} + e^{-\mu_2(t+1)} - e^{(-\mu_1-\mu_2)(t+1)}) \Big]. \tag{19}$$

Premi tunggal untuk jangka pertanggungan selama $n-s$ tahun, usia peserta asuransi masing-masing $x+s$ dan $y+s$, dengan $0 \leq s \leq n$, maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka *last survivor* dapat ditulis

$$A^1_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s|}} = \sum_{t=0}^{n-s-1} e^{-\delta(t+1)} \Big[(e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}) - (e^{-\mu_{(1+s)}(t+1)} + e^{-\mu_{(2+s)}(t+1)} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})(t+1)}) \Big]. \tag{20}$$

Dari premi tunggal status *last survivor*, selanjutnya dibahas mengenai premi tahunan status *last survivor*. Adapun premi yang digunakan adalah premi status *last survivor* asuransi jiwa berjangka n tahun dengan masa pembayaran premi selama m tahun dinotasikan dengan ${}_mP^1_{\overline{xy}:\overline{n|}}$.

Premi tahunan asuransi berjangka *last survivor* untuk peserta asuransi jiwa masing-masing berusia x dan y tahun dengan uang pertanggungan dibayarkan pada akhir tahun polis dinyatakan dengan persamaan

$${}_mP^1_{\overline{xy}:\overline{n|}} = \frac{A^1_{\overline{xy}:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m|}}}.$$

Premi tahunan asuransi jiwa *last survivor* dengan asumsi *constant force* untuk jangka waktu n tahun dengan masa pembayaran premi selama m tahun yaitu

$${}_mP^1_{\overline{xy}:\overline{n|}} = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta(t+1)}(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t})}{\sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t}\left[e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right]} - \frac{\sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta(t+1)}[e^{-\mu_1(t+1)} + e^{-\mu_2(t+1)} - e^{(-\mu_1-\mu_2)(t+1)}]}{\sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t}\left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right)}. \tag{21}$$

Selanjutnya dibahas mengenai metode *premium sufficiency* yang merupakan metode perhitungan cadangan premi asuransi berdasarkan asumsi premi kotor. Cadangan *premium sufficiency* dinotasikan dengan ${}^m_sV^1_{xy:\overline{n|}^{ps}}$, dengan m merupakan lama pembayaran premi dan s adalah waktu perhitungan cadangan.

Menurut Futami 2 [6, h. 16], misalkan n menyatakan jangka waktu pertanggungan asuransi, dan ${}^*_mP^1_{xy:\overline{n|}}$ merupakan premi kotor asuransi jiwa berjangka dengan masa pembayaran premi selama m tahun. Cadangan *premium sufficiency* asuransi

jiwa berjangka status hidup gabungan yang dihitung pada tahun ke-s, dengan $0 \leq s \leq n$, dinyatakan dengan

$$
\begin{aligned}
{}_{s}^{n}V^{1}_{xy:\overline{n}|^{ps}} =& A^{1}_{x+s,y+s:\overline{n-s}|} - (1-\beta)\,{}^{*}_{m}P^{1}_{xy}\ddot{a}_{x+s,y+s:\overline{m-s}|} \\
&+ \gamma\ddot{a}_{x+s,y+s:\overline{m-s}|} + \gamma'(\ddot{a}_{x+s,y+s:\overline{n-s}|} - \ddot{a}_{x+s,y+s:\overline{m-s}|}). \qquad (22)
\end{aligned}
$$

Berdasarkan persamaan (22), cadangan premium sufficiency asuransi jiwa berjangka *last survivor* yang dihitung pada tahun ke-s, dengan $0 \leq s \leq n$ dinyatakan dengan

$$
\begin{aligned}
{}_{s}^{n}V^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|^{ps}} =& A^{1}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s}|} - (1-\beta)\,{}^{*}_{m}P^{1}_{\overline{xy}}\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{m-s}|} \\
&+ \gamma\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{m-s}|} + \gamma'(\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s}|} - \ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{m-s}|}). \qquad (23)
\end{aligned}
$$

Premi kotor asuransi jiwa berjangka last survivor n tahun untuk peserta asuransi berusia x dan y tahun, dengan premi tahunan selama m tahun yang dibayarkan diawal untuk uang pertanggungan sebesar Rp 1 yang dinotasikan dengan ${}^{*}_{m}P^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$. Premi kotor asuransi jiwa berjangka *last survivor* dapat dinyatakan dengan

$$
{}^{*}_{m}P^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|} = \frac{1}{1-\beta}\left[{}_{m}P^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}|}} + \gamma + \gamma'\frac{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|} - \ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}|}}\right]. \qquad (24)
$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (23) dan persamaan (24) diperoleh cadangan premium sufficiency asuransi jiwa berjangka *last survivor* setelah berjalan s tahun $(s < m)$ yaitu

$$
\begin{aligned}
{}_{s}^{m}V^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|^{ps}} =& A^{1}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s}|} - \left({}_{m}P^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}|}}\right)\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{m-s}|} \\
&+ \gamma'\left(\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s}|} - \frac{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{xy}:\overline{m}|}}\ddot{a}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{m-s}|}\right). \qquad (25)
\end{aligned}
$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan persamaan (20), persamaan (21), persamaan (14),persamaan (15), persamaan (16) dan persamaan (17) ke persamaan (25) dengan m jangka waktu masa pembayaran dan n jangka waktu masa pertanggungan diperoleh cadangan *premium sufficiency* asuransi jiwa berjangka *last*

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

survivor dengan asumsi *constant force* sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}^{m-1}_{s}V_{y:\overline{n}|}^{ps} = & \Bigg[\sum_{t=0}^{n-s-1} e^{-\delta(t+1)} \Big(\big(e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}\big) \\
& - \big(e^{-\mu_{(1+s)}(t+1)} + e^{-\mu_{(2+s)}(t+1)} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})(t+1)}\big) \Big) \Bigg] \\
& - \Bigg[\Bigg(\frac{\sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta(t+1)} \big(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\big)}{\sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t} \left[e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right]} \\
& - \frac{\sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta(t+1)} \left[e^{-\mu_1(t+1)} + e^{-\mu_2(t+1)} - e^{(-\mu_1-\mu_2)(t+1)}\right]}{\sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right)} \Bigg) \\
& + \Bigg(\frac{\alpha}{\sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right)} \Bigg) \Bigg] \\
& \Bigg[\sum_{t=0}^{m-s-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}\right) \Bigg] \\
& + \gamma' \Bigg[\Bigg(\sum_{t=0}^{n-s-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}\right) \Bigg) \\
& - \Bigg(\frac{\sum_{t=0}^{n-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right)}{\sum_{t=0}^{m-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_1 t} + e^{-\mu_2 t} - e^{(-\mu_1-\mu_2)t}\right)} \Bigg) \\
& \Bigg(\sum_{t=0}^{m-s-1} e^{-\delta t} \left(e^{-\mu_{(1+s)}t} + e^{-\mu_{(2+s)}t} - e^{(-\mu_{(1+s)}-\mu_{(2+s)})t}\right) \Bigg) \Bigg].
\end{aligned}
$$

Contoh 1. Sepasang suami isteri yang berusia 42 tahun dan 40 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan jangka waktu 20 tahun dan masa pembayaran premi selama 18 tahun. Jika uang pertanggungan yang diterima oleh ahli waris sebesar Rp100.000.000,00 dengan tingkat bunga sebesar 0,05 serta biaya manajemen $\alpha = 0,005$ dan $\gamma' = 0{,}03$, maka akan ditentukan cadangan premi bersih pada tahun ke-10 untuk pasangan peserta asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan metode *premium sufficiency*.

Dari pertanyaan tersebut diketahui $x = 42, y = 40, n = 20, m = 18, s = 10$, $R =$ Rp100.000.000, $i = 0,05$, $\alpha = 0,005$, $\gamma' = 0{,}03$ berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia 2011 diambil usia maksimal peserta asuransi yaitu $\omega = 111$.

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka untuk menentukan cadangan premi asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan asumsi *constant force*. Dengan menggunakan program *Maple* dan persamaan (21) dapat ditentukan premi tahunan untuk status *last survivor*, yaitu

$$
{}_{18}P^{1}_{\overline{42,40}:\overline{20}|} = 0,0026
$$

Selanjutnya cadangan premi asuransi jiwa berjangka *last survivor* dengan asumsi

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

constant force. Dengan menggunakan persamaan (25) dapat ditentukan cadangan premi tahunan metode *premium sufficiency* untuk status *last survivor*, yaitu

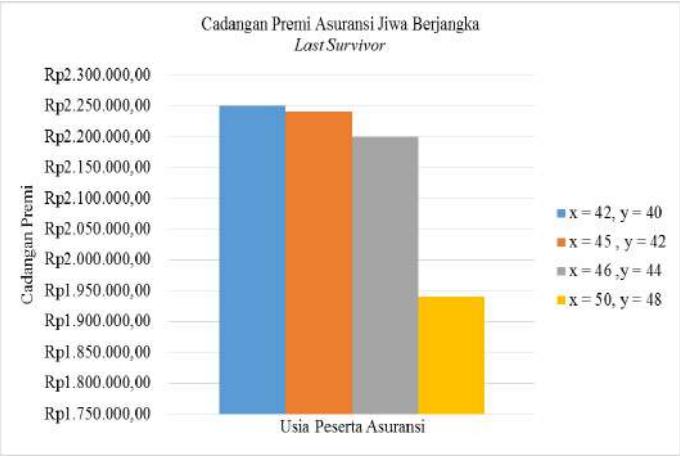
$$ {}^{18}_{10}V^{1}_{\overline{42,40}:\overline{20}|^{ps}} = 0,0225 $$

Dengan uang pertanggungan tersebut, maka cadangan premi tahunan asuransi jiwa *last survivor* berdasarkan asumsi *constant force* adalah $Rp.2.250.000,00$. Dengan cara yang sama, cadangan premi tahunan untuk status *last survivor* berdasarkan asumsi *constant force* dan metode *premium sufficiency* untuk pasangan usia yang lain dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1: Cadangan premi untuk *last survivor* berdasarkan asumsi *constant force* dan metode *premium sufficiency*

Usia	μ		A		P	V
x	μ_x	μ_y	$A^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}\|}$	$A^{1}_{\overline{x+s,y+s}:\overline{n-s}\|}$	${}_{m}P^{1}_{xy:\overline{n}\|}$	${}^{m}_{s}V^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}\|^{ps}}$
42	$0,0144$	$0,0140$	$0,0327$	$0,0167$	Rp260.000	Rp2.250.000
45	$0,0151$	$0,0144$	$0,0350$	$0,0181$	Rp280.000	Rp2.240.000
46	$0,0153$	$0,0149$	$0,0365$	$0,0190$	Rp300.000	Rp2.200.000
50	$0,0163$	$0,0158$	$0,0465$	$0,0218$	Rp380.000	Rp1.940.000

Gambar 1 mengilustrasikan besarnya cadangan premi tahunan asuransi jiwa *last survivor* dengan beberapa usia yang berbeda pada peserta asuransi.



Gambar 1: Cadangan premi asuransi jiwa berjangka *last survivor*

4. KESIMPULAN

Premi tahunan untuk asuransi jiwa *last survivor* dengan asumsi *constant force* semakin besar ketika usia peserta asuransi semakin bertambah naik, hal ini dikarenakan semakin kecil anuitas hidup maka semakin besar premi tahunan. Perhitu-

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

ngan dengan metode *premium sufficiency* ini diperoleh perbandingan besarnya nilai cadangan premi untuk usia peserta asuransi jiwa berjangka *last survivor* pada tahun yang sama yaitu semakin bertambah usia peserta asuransi maka semakin berkurang nilai cadangan premi tahunannya.

Ucapan terima kasih Penulis mengucapkan sangat berterima kasih kepada Dra. Hasriati, M.Si. yang telah membimbing dan memberikan arahan dalam penulisan artikel ini. Bantuan dari beliau telah mengantarkan penulis hingga penyelesaian artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] A. P. Aulia, S. Neva, dan P. Hendra, *Penentuan premi asuransi jiwa berjangka menggunakan metode last survivor*, Bimaster, 3 (2019), 471-476.

[2] N. Bowers, H. U. Geerber, J. C. Hickman, D. A. Jones dan C. J. Nesbitt, *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, Schaumburg, 1997.

[3] D. C. M. Dickson, M. R. Hardy, dan H. R. Waters, *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risk*. Cambridge University Press. Cambridge, 2009.

[4] M. B. Finan, *A Reading of the Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC/3L*, Juli 2011, 875 hal, http://faculty.atu.edu/mfinan/actuarieshall/mlcbook2.pdf, diakses 02 Juni 2019 pk. 13.24.

[5] T. Futami, *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo, 1993.

[6] T. Futami, *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo, 1994.

[7] Hasriati dan T. P. Nababan, *Private premium of endowment last survivor and joint life insurance with Pareto distribution*, International Journal of Statistical Distributions and Applications, 5 (2019), 76-81.

[8] A. Cohen dan L. Albert, *Actuarial analysis of single life status and multiple life statuses*, American Journal of Theoretical and Applied Statistics, 5 (2016), 123-131.

[9] S. G. Kellison, *The Theory of Interest, Third Edition*, McGraw-Hill, New York, 2009.

[10] R. E. Walpole, R. H. Myers, S. L. Myres dan K. Ye, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists, Eight Edition*. Pearson Education, Upper Saddle River, New Jersey, 2007.