CADANGAN ASURANSI JIWA BERJANGKA DENGAN METODE NEW JERSEY BERDASARKAN HUKUM MORTALITA MAKEHAM

REPOSITORY

OLEH

WIDIA NORA DASRIL
NIM. 1503113264

PROGRAM STUDI S1 MATEMATIKA
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS RIAU
PEKANBARU
2020

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak cipta milik Universitas Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.

Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

CADANGAN ASURANSI JIWA BERJANGKA DENGAN METODE NEW JERSEY BERDASARKAN HUKUM MORTALITA MAKEHAM

Widia Nora Dasril

Mahasiswa Program Studi S1 Matematika
Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Bina Widya, Pekanbaru 28293

widyanora19@gmail.com

ABSTRACT

This article discusses the New Jersey method for adjusted reserve of term life insurance using Makeham distribution. In this project, life annuity due and premium for term life insurance obtained based on Makeham law of mortality. By using the value of annuity due and premium insurance it can be determined adjusted reserve calculation with New Jersey method based on Makeham distribution. The analysis result of adjusted reserve by New Jersey method based on Makeham distribution is smaller than the reserve value without New Jersey method.

Keywords: New Jersey method, Makeham distribution, term life insurance, premium, life annuity, adjusted reserve

ABSTRAK

Artikel ini membahas metode New Jersey pada cadangan disesuaikan asuransi jiwa berjangka berdasarkan distribusi Makeham. Di dalam artikel ini, anuitas hidup dan premi asuransi jiwa berjangka diperoleh berdasarkan distribusi Makeham yang merupakan salah satu hukum mortalitas. Dengan menggunakan nilai tunai anuitas hidup dan premi asuransi dapat ditentukan perhitungan cadangan asuransi jiwa berjangka dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Makeham. Analisis ini menghasilkan nilai cadangan disesuaikan dengan metode New Jersey berdasarkan distribusi Makeham lebih kecil dibanding nilai cadangan tanpa metode New Jersey.

Kata kunci: Metode New Jersey, distribusi Makeham, asuransi jiwa berjangka, premi, anuitas hidup, cadangan disesuaikan

1. PENDAHULUAN

Asuransi jiwa dapat didefinisikan sebagai perjanjian (polis asuransi) dimana pemilik polis (tertanggung) membayar kewajibannya (premi) kepada penanggung (perusahaan asuransi). Sebagai imbalan persetujuan tersebut penanggung akan membayar

Repository University of Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
http://repository.unriau.id
© Hak Cipta milik Universitas Riau

jumlah tertentu jika tertanggung meninggal dunia. Ada dua jenis asuransi jiwa yang berkembang di Indonesia, yaitu asuransi jiwa perorangan dan asuransi jiwa kelompok. Pada asuransi jiwa perorangan jumlah tertanggungnya hanya satu orang atau tunggal, sedangkan asuransi jiwa kelompok jumlah tertanggungnya dua orang atau lebih. Berdasarkan jangka waktu perlindungan asuransi jiwa dibagi 3, yaitu asuransi jiwa seumur hidup, asuransi jiwa berjangka dan asuransi jiwa dwiguna [1, h. 86].

Pada suatu perusahaan asuransi jiwa, pihak perusahaan harus memelihara dana yang cukup untuk membayar santunan sesuai dengan kesepakatan diawal kontrak dalam bentuk cadangan. Secara teori, cadangan merupakan suatu besarnya uang yang ada pada perusahaan asuransi dalam jangka waktu pertanggungan dan terbagi menjadi dua, yaitu cadangan prospektif dan cadangan retrospektif [4, h.135]. Cadangan yang akan digunakan adalah cadangan prospektif.

Untuk menentukan besarnya cadangan yang akan diperoleh perusahaan asuransi, maka diperlukan premi tunggal, nilai tunai anuitas hidup awal dan premi tahunan yang dipengaruhi oleh peluang hidup dan peluang meninggal. Ada beberapa metode yang dapat digunakan dalam perhitungan premi tahunan. Pada artikel ini penulis menggunakan hukum mortalita Makeham, yaitu salah satu hukum mortalita pada aktuaria. Pada dasarnya hukum ini digunakan untuk menentukan percepatan mortalita. Namun, dengan menggunakan fungsi kepadatan peluang dari hukum Makeham tersebut dapat juga ditentukan peluang hidup dan peluang meninggalnya. Perhitungan cadangan premi juga perlu disesuaikan agar perusahaan mendapat sumber dana baru untuk menutupi biaya di tahun permulaan polis. Dana tersebut nantinya dapat dianggap berupa pinjaman yang akan dibayar kemudian dari pembayaran premi kotor di tahun-tahun mendatang. Perhitungan besarnya nilai cadangan yang disesuaikan dihitung menggunakan metode New Jersey. Metode New Jersey merupakan suatu metode yang menentukan bahwa nilai cadangan akhir tahun pertama adalah nol.

Berdasarkan penjelasan sebelumnya, artikel ini membahas cadangan prospektif asuransi jiwa berjangka. Asuransi jiwa berjangka adalah asuransi dimana uang pertanggungan akan dibayarkan jika tertanggung meninggal pada jangka waktu tertentu sesuai dengan kontrak yang telah disetujui [1, h. 86]. Pada artikel ini, dibahas perhitungan cadangan prospektif disesuaikan dengan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita Makeham.

2. NILAI TUNAI ANUITAS HIDUP DAN PREMI ASURANSI JIWA BERJANGKA BERDASARKAN HUKUM MORTALITA MAKEHAM

Pada bagian ini dibahas anuitas hidup berjangka dan premi asuransi jiwa berjangka. Terlebih dahulu dibahas peluang hidup seseorang yang berusia x tahun berdasarkan hukum mortalita Makeham.

Dalam menentukan besarnya premi, suatu perusahaan asuransi perlu mengetahui besarnya peluang seorang peserta asuransi dapat bertahan hidup. Ada beberapa faktor yang diperhatikan dalam menentukan peluang hidup peserta asuransi, diantaranya jenis kelamin, usia, pekerjaan, dan riwayat kesehatan. Peluang

Repository Universitas Riau https://repostory.unriau.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

hidup dan peluang meninggal berhubungan dengan fungsi *survival*. Fungsi *survival* berhubungan dengan fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi, dengan usia seseorang dianggap sebagai suatu variabel random. Oleh karena itu, diberikan definisi mengenai fungsi kepadatan peluang dan fungsi distribusi dari variabel random kontinu X.

Definisi 1 [10, h. 89] Fungsi $f(x)$ merupakan fungsi kepadatan peluang dari variabel random kontinu X, yang terdefinisi pada himpunan bilangan real $\mathbb{R}$, jika memenuhi sifat-sifat sebagai berikut:

a. $f(x) \geq 0$, untuk setiap $x \in \mathbb{R}$,

b. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$,

c. $\Pr(a < X < b) = \int_b^a f(x)dx$.

Fungsi distribusi kumulatif dari variabel random kontinu X untuk setiap fungsi kepadatan peluang $f(x)$ yang dinotasikan dengan $F(x)$ dapat dinyatakan dalam bentuk peluang sebagai berikut

Definisi 2 [10, h. 90] Fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ dari variabel random kontinu X dengan fungsi kepadatan peluang $f(x)$ adalah

$$F(x) = \mathrm{P}(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt, \quad \text{untuk } -\infty < x < \infty.$$

Dalam menghitung besarnya peluang hidup untuk menentukan premi, dapat digunakan beberapa distribusi dari hukum mortalita. Pada artikel ini digunakan distribusi Makeham yang merupakan pengembangan dari distribusi Gompertz. Distribusi Gompertz sangat sering digunakan untuk mendeskripsikan suatu distribusi kematian. Berikut adalah percepatan mortalita dari distribusi Gompertz

$$\mu(x) = Bc^x, \quad B > 0, c > 1, x \geq 0.$$

Definisi 3 [11, h. 170] Distribusi Gompetz $G(x|\mu, \sigma)$ dengan μ dan standar deviasi σ didefinisikan oleh

$$G(x|\mu, \sigma) = W\left(\frac{x-a}{b}\right),$$

dengan $W(x) = 1 - e^{a^x}$ dan konstanta a dan b memenuhi

$$\sigma = \frac{\pi}{\sqrt{6}}b \quad \text{dan} \quad \mu = a - b\gamma,$$

$G(x|\mu, \sigma)$ dikatakan distribusi Gompertz karena

$$G(x|\mu, \sigma) = 1 - g^{c^x},$$

Repository Universitas Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak Cipta milik Universitas Riau

dengan

$$g = e^{-e^{\frac{-a}{b}}} \quad \text{dan} \quad c = e^{\frac{1}{b}},$$

nilai rata-rata (μ) dan standar deviasi (σ) diperoleh dari tabel mortalita.

Distribusi Makeham merupakan salah satu distribusi yang dapat digunakan dalam menentukan besarnya peluang hidup, untuk status perorangan dan gabungan. Distribusi Makeham memberikan aproksimasi yang lebih baik untuk suatu distribusi data mortalita. Distribusi Makeham merupakan suatu fungsi perluasan dari distribusi Gompertz [3]. Perbedaan antara keduanya, yaitu hukum Gompertz menghitung risiko berdasarkan usia, sedangkan hukum Makeham menghitung risiko berdasarkan usia dan faktor-faktor lain yang tidak terpengaruh oleh usia [8]. Percepatan mortalita distribusi Makeham dinyatakan dengan [3]

$$\mu(x) = A + Bc^x, \quad B > 0, A \geq -B, x \geq 0, c > 1.$$

Percepatan mortalita dari seseorang berusia $x+s$ tahun dapat dinyatakan dengan

$$\mu(x+s) = A + Bc^{x+s}, \tag{1}$$

dengan konstanta A menyatakan risiko yang disebabkan oleh faktor lain selain usia dan konstanta Bc^x menyatakan risiko karena faktor usia. Parameter dari hukum mortalita Makeham biasanya berada pada interval [5, h. 24] :

$$\begin{aligned} 0.001 < A < 0.003 \\ 10^{-6} < B < 10^{-3} \\ 1.08 < c < 1.12 \end{aligned}$$

Hubungan antara peluang hidup dan percepatan mortalita adalah [1, h. 26]

$${}_tp_x = e^{-\int_0^t \mu(x+s)ds}, \tag{2}$$

dengan mensubstitusikan persamaan (1) ke dalam persamaan (2) diperoleh

$${}_tp_x = exp\Big(- At - \frac{Bc^x}{\ln c}\,(c^t - 1)\Big).$$

Dengan memisalkan $s = e^{-A}$ dan $g = e^{-\frac{-B}{\ln c}}$, peluang seseorang berusia x tahun akan hidup hingga t tahun yang akan datang berdasarkan hukum mortalita Makeham dapat dinyatakan dengan [9]:

$${}_tp_x = s^t g^{c^x(c^t-1)}.$$

Anuitas hidup berjangka adalah anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan pada jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka yaitu nilai tunai anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan di setiap awal tahun yang di-

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak Cipta Milik Universitas Riau

lakukan dalam jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan jangka waktu n tahun dinyatakan dengan [1, h. 112]

$$\ddot{a}_{\overline{x:n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_tp_x,$$

dengan v merupakan faktor diskon [2, h. 24].

Berdasarkan hukum mortalita Makeham, nilai tunai anuitas hidup awal berjangka dapat dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{\overline{x:n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}.$$

Nilai tunai anuitas hidup awal berjangka untuk peserta asuransi yang berusia $x+t$ tahun dengan masa pertanggungan selama $n-t$ tahun, berdasarkan hukum mortalita Makeham dinyatakan dengan

$$\ddot{a}_{\overline{x+k:n-k|}} = \sum_{t=0}^{n-k-1} v^t s^t g^{c^{x+k}(c^t-1)}.$$

Nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka adalah nilai tunai anuitas hidup yang pembayarannya dilakukan disetiap akhir tahun polis yang dilakukan dalam jangka waktu tertentu. Nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka dari peserta asuransi yang berusia x tahun dan jangka waktu n tahun dinyatakan dengan [1, h. 114]

$$a_{\overline{x:n|}} = \sum_{t=1}^{n} v^t {}_tp_x.$$

Berdasarkan hukum mortalita Makeham, nilai tunai anuitas hidup akhir berjangka dapat dinyatakan dengan

$$a_{\overline{x:n|}} = \sum_{t=1}^{n} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}.$$

Premi asuransi jiwa dapat dibayarkan sekaligus yang disebut dengan premi tunggal, maupun secara berkala atau sering disebut juga premi tahunan. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka selama n tahun dan uang pertanggungan sebesar 1 satuan pembayaran dinyatakan dengan [1, h. 87]

$$A^1_{\overline{x:n|}} = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_{t|}q_x,$$
$$A^1_{\overline{x:n|}} = 1 - d\ddot{a}_{\overline{x:n|}} - v^n {}_np_x,$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unriac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

dengan d merupakan tingkat diskon [4, h. 2].

Berdasarkan hukum mortalita Makeham, premi tunggal asuransi jiwa berjangka dapat dinyatakan dengan

$$A^1_{\overline{x:n|}} = 1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n s^n g^{c^x(c^n-1)}.$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan menggunakan hukum mortalita Makeham untuk peserta asuransi yang berusia $x+k$ tahun dengan jangka waktu pertanggungan $n-k$ tahun dapat dinyatakan dengan

$$A^1_{\overline{x+k:n-k|}} = 1 - d\sum_{t=0}^{n-k-1} v^t s^t g^{c^x+k(c^t-1)} - v^{n-k} s^{n-k} g^{c^x+k(c^{n-k}-1)}.$$

Premi tahunan adalah premi yang dibayarkan setiap awal tahun yang besarnya bisa berubah-ubah atau sama setiap tahunnya. Pada artikel ini digunakan premi tahunan yang besarnya sama tiap tahunnya. Premi tahunan asuransi jiwa berjangka dengan uang pertanggungan dibayarkan pada akhir tahun polis dinyatakan dengan [7, h.58]

$$P^1_{\overline{x:n|}} = \frac{A^1_{\overline{x:n|}}}{\ddot{a}_{\overline{x:n|}}}.$$

Berdasarkan hukum mortalita Makeham, premi tahunan untuk asuransi jiwa berjangka sebagai berikut:

$$P^1_{\overline{x:n|}} = \frac{1 - d\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n s^n g^{c^x(c^n-1)}}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}}.$$

3. CADANGAN PREMI DENGAN METODE NEW JERSEY

Berdasarkan waktu perhitungan, cadangan premi dibedakan menjadi cadangan retrospektif dan cadangan prospektif. Cadangan prospektif merupakan perhitungan cadangan berdasarkan nilai sekarang dari semua pengeluaran diwaktu yang akan datang dikurangi dengan nilai sekarang total pendapatan diwaktu yang akan datang untuk tiap pemegang polis. Cadangan prospektif untuk asuransi jiwa berjangka n tahun dengan santunan sebesar 1 untuk seseorang yang berusia x dinyatakan dengan [7, h. 77]

$${}_kV_{\overline{x:n|}} = A^1_{\overline{x+k:n-k|}} - P^1_{\overline{x:n|}}\ddot{a}_{\overline{x+k:n-k|}}$$

Cadangan premi disesuaikan akan dihitung menggunakan premi bersih yang disesuaikan. Nilai tunai premi disesuaikan akan diganti dengan α pada tahun pertama dan diikuti oleh β pada tahun-tahun berikutnya. Cadangan premi prospektif yang

Repository Universitas Riau
https://repository.unri.ac.id
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
© Hak cipta milik Universitas Riau

disesuaikan pada akhir tahun ke t adalah

$$ {}_kV_{\overline{x:19|}}{}^J = A^1_{\overline{x+k:n-k|}} - (\beta^J - P^1_{\overline{x:n|}})\ddot{a}_{\overline{x+k:20-k|}} - P^1_{\overline{x:n|}}\ddot{a}_{\overline{x+k:n-k|}}. $$

Metode New Jersey membatasi perhitungan cadangan selama 20 tahun. Dengan kata lain, metode ini hanya dapat diterapkan untuk polis dengan periode pembayaran premi dua puluh tahun atau lebih. Premi awal tahun disesuaikan pada metode New Jersey α^J sama dengan besarnya premi natural c_x untuk peserta asuransi yang berusia x tahun. Premi natural adalah premi asuransi jiwa berjangka dengan jangka waktu satu tahun dan diperpanjang setiap tahunnya, dinyatakan dengan [6, h. 52]

$$ c_x = v\frac{d_x}{l_x} = vq_x. $$

Berdasarkan hukum mortalita Makeham, premi natural dapat dinyatakan dengan

$$ c_x = v\ (1 - sg^{c^x(c-1)}). $$

Pada metode New Jersey terdapat tiga nilai premi yaitu α merupakan premi bersih disesuaikan untuk tahun pertama, β merupakan premi bersih ditiap tahun polis untuk sisa periode disesuaikan (19 tahun berikutnya), dan P merupakan premi bersih untuk tahun-tahun selanjutnya. Hubungan antara premi bersih disesuaikan dan premi bersih biasa pada metode New Jersey dinyatakan dengan

$$ c_x + \beta^J a_{\overline{x:19|}} = P^1_{\overline{x:n|}}\ddot{a}_{\overline{x:20|}}. \tag{3} $$

Berdasarkan persamaan (3) dapat ditentukan besarnya premi bersih disesuaikan untuk tahun ke-2 sampai dengan tahun ke-20, yang dinyatakan dengan [7, h. 108]

$$ \beta^J = P^1_{\overline{x:n|}} + \frac{P^1_{\overline{x:n|}} - c_x}{a_{\overline{x:19|}}}. $$

Berdasarkan hukum mortalita Makeham besarnya premi bersih disesuaikan untuk tahun ke-2 sampai dengan tahun ke-20 dinyatakan dengan

$$ \beta^J = \frac{(1 - v^n s^n g^{c^x(c^n-1)})}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}} - d + \frac{\frac{(1-v^n s^n g^{c^x(c^n-1)})}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}} - d - v\ (1 - sg^{c^x(c-1)})}{\sum_{t=0}^{19} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}}. $$

Cadangan premi disesuaikan dengan metode New Jersey pada akhir tahun ke-t untuk peserta asuransi yang berusia x tahun dengan jangka waktu pertanggungan selama n tahun dinyatakan dengan

$$ {}_kV_{\overline{x:19|}}{}^J = A^1_{\overline{x+k:n-k|}} - (\beta^J - P^1_{\overline{x:n|}})\ddot{a}_{\overline{x+k:20-k|}} - P^1_{\overline{x:n|}}\ddot{a}_{\overline{x+k:n-k|}}. $$

Berdasarkan hukum mortalita Makeham, diperoleh cadangan premi disesuaikan asuransi jiwa berjangka dengan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

Makeham sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
{}_kV_{\overline{x:19|}}{}^J = 1 - d \sum_{t=0}^{n-k-1} v^t s^t g^{c^x+k(c^t-1)} - v^{n-k} s^{n-k} g^{c^x+k(c^{n-k}-1)} \\
- \left(\frac{\frac{(1-v^n s^n g^{c^x(c^n-1)})}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}} - d - v\,(1 - s^1 g^{c^x(c^1-1)})}{\sum_{t=0}^{19} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) \sum_{t=0}^{19-k} v^t s^t g^{c^x+k(c^t-1)} \\
- \left(\frac{(1 - v^n s^n g^{c^x(c^n-1)})}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t s^t g^{c^x(c^t-1)}} - d \right) \sum_{t=0}^{n-k-1} v^t s^t g^{c^x+k(c^t-1)}.
\end{aligned}
$$

Contoh 1 Seorang karyawan swasta yang berusia 45 tahun ingin mengikuti program asuransi jiwa berjangka selama 30 tahun. Uang pertanggungan yang akan diterima oleh ahli waris sebesar Rp30.000.000 pada saat dia meninggal dunia. Tingkat bunga yang berlaku adalah 2,5% dan konstanta dari distribusi Makeham adalah 0,0015. Lalu cadangan prospektif ditentukan berdasarkan hukum mortalita Makeham dan cadangan prospektif disesuaikan dangan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita Makeham.

Dari persoalan di atas diketahui $x = 45$, $n = 30$, $R =$ Rp30.000.000 dan $i = 0,025$ diperoleh faktor diskon dan tingkat diskon yaitu $v = 0,97561$ dan $d = 0,02439$. Kemudian dengan konstanta $A = 0,0015$ diperoleh $s = 0,998501$.

Selanjutnya akan ditentukan konstanta Makeham dari Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2011 untuk laki-laki dengan terlebih dahulu menentukan nilai μ dan σ yaitu $\mu = 55,5$ dan $\sigma = 32,475631$. Berdasarkan nilai μ dan σ diperoleh nilai $a = 70,123175$ dan $b = 25,33399$. Setelah didapat nilai a dan b nilai konstanta Makeham dapat dicari, yaitu $g = 0,93914002$ dan $c = 1,04026206$.

Langkah awal penyelesaian perhitungan cadangan asuransi jiwa berjangka berdasarkan hukum mortalita Makeham adalah dengan terlebih dahulu menghitung nilai tunai anuitas berjangka awal ($\ddot{a}_{\overline{x:n|}}$) dan premi tunggal bersih asuransi jiwa berjangka ($A^1_{\overline{45:30|}}$) sehingga dapat dihitung nilai premi tahunan bersih asuransi jiwa berjangka ($P^1_{\overline{45:30|}}$). Kemudian akan dihitung premi menggunakan metode New Jersey yaitu nilai tunai premi akan diganti dengan α pada tahun pertama dan diikuti oleh β pada tahun-tahun berikutnya. Terakhir dihitung nilai cadangan prospektif berdasarkan hukum mortalita Makeham dan membandingkan hasil cadangan dengan cadangan prospektif dengan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita Makeham.

Berikut ini diberikan hasil perhitungan cadangan prospektif berdasarkan hukum mortalita Makeham (${}_kV_{\overline{x:n|}}$) dan cadangan prospektif dengan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita Makeham (${}_kV_{\overline{x:n|}}{}^J$) pada asuransi jiwa berjangka yang disajikan pada Tabel 1.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau
https://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau

Tabel 1: Cadangan prospektif berdasarkan hukum mortalita Makeham ($_kV_{\overline{x:n|}}$) dan cadangan prospektif dengan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita Makeham ($_kV_{\overline{x:n|}}{}^J$) pada asuransi jiwa berjangka 10 tahun yang akan datang

t	Uang santunan (Rp)	$P^1_{\overline{x:n|}}$(Rp)	$_kV_{\overline{x:n|}}(Rp)$	$_kV_{\overline{x:n|}}{}^J(Rp)$
1	30.000.000	720.091	271.380	0
2	30.000.000	720.091	536.425	389.675
3	30.000.000	720.091	794.495	653.625
4	30.000.000	720.091	1.044.899	910.076
5	30.000.000	720.091	1.286.894	1.158.297
6	30.000.000	720.091	1.519.677	1.397.498
7	30.000.000	720.091	1.742.380	1.626.825
8	30.000.000	720.091	1.954.060	1.845.352
9	30.000.000	720.091	2.153.692	2.052.072
10	30.000.000	720.091	2.340.162	2.245.892

Berdasarkan hasil perhitungan yang telah disajikan pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa cadangan premi berdasarkan hukum mortalita Makeham dengan menggunakan metode New Jersey ($_kV_{\overline{x:n|}}{}^J$) dengan pembayaran premi tahunan ($P^1_{\overline{x:n|}}$) tetap menghasilkan nilai yang lebih kecil dibandingkan dengan cadangan premi tanpa metode New Jersey ($_kV_{\overline{x:n|}}$). Selisih dana cadangan antara tahun pertama dan tahun kedua juga cukup besar. Selain itu, cadangan premi berdasarkan hukum mortalita Makeham dengan metode New Jersey dan tanpa metode New Jersey juga akan meningkat jika semakin tua usia awal peserta asuransi. Ini dikarenakan tingkat kematian pada usia tua lebih besar. Cadangan premi ini merupakan sumber dana baru perusahaan yang akan digunakan untuk menutupi biaya di tahun permulaan polis.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah diperoleh sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa nilai tunai anuitas hidup bergantung pada peluang hidup peserta asuransi, peluang hidup yang diperoleh dari tabel mortalita lebih besar dibandingkan peluang hidup yang diperoleh menggunakan hukum mortalita Makeham. Hal ini disebabkan karena adanya konstanta A pada distribusi Makeham yang menyatakan risiko dari faktor lain selain usia. Premi tunggal asuransi jiwa bergantung pada peluang meninggal tertunda peserta asuransi, peluang meninggal tertunda yang diperoleh menggunakan hukum mortalita Makeham lebih kecil dari pada peluang meninggal tertunda dengan menggunakan tabel mortalita.

Oleh karena itu, perhitungan pada asuransi jiwa berjangka 30 tahun, nilai cadangan pada tahun pertama hingga tahun ke-19 dengan menggunakan metode New Jersey berdasarkan hukum mortalita Makeham memberikan nilai yang lebih kecil dibandingkan tanpa menggunakan metode New Jersey dan pada tahun ke-20 hingga akhir jangka waktu polis nilai kedua cadangan sama.

Ucapan terima kasih Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Dra. Hasriati, M.Si. yang telah membimbing dan memberikan arahan dalam penulisan artikel ini. Bantuan dari beliau telah mengantarkan penulis hingga penyelesaian artikel ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] D. C. M. Dickson, M. R. Hardy, dan H. R. Waters, *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*, Cambridge University Press, New York, 2009.

[2] V. S. Eric, *Actuarial Mathematics and Life-Table Statistics*, From UMD Math Department. https://www-math.umd.edu.

[3] F. Filci, *Life annuities calculation in Algeria: Continuous time approach*, Journal of Statistical Science and Application, 3 (2015), 85-100.

[4] T. Futami, *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I. Terj. dari Seimei Hoken Sugaku, Jokan("92 Revision)*, oleh Herliyanto, Gatot. Penerbit Incoportared Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo, 1993.

[5] C. W. Jordan, *Life Contingencies*, Society of Actuaries, Chicago, 1991.

[6] R. Larson dan E. A. Gaumnitz, *Life Insurance Mathematics*, John Wiley and Sons, New York, 1951.

[7] W. O. Menge dan C. H. Fischer, *The Mathematics of Life Insurance*, Ulrich's Books, New York, 1985.

[8] D. A. Putra, N. Fitriani, dan Mahmudi, *Fif of the 2011 Indonesian mortality table to Gompertz's and Makeham's law using maximum likelihood*, Journal of Pure and Applied Mathematics, 1 (2019), 1-9.

[9] H. L. Rietz, *On certain properties of Makeham's law of mortality with application*, The American Mathematical Monthly, 28 (1921), 158-165.

[10] R. E. Walpole, R. H. Mayers, S. L. Myer, dan K. Ye, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists, Ninth Edition*, Pearson Education Internasional, Upper Saddle River, 2007.

[11] W. J. Willemse dan H. Koppelaar, *Knowledge elicitation of Gompert'z law of mortality*, Scandinavian Actuarial Journal, 2 (2000), 168-179

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan Universitas Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin Universitas Riau.
Repository University of Riau http://repository.unri.ac.id
© Hak cipta milik Universitas Riau