

Beberapa Metode untuk Menyelesaikan Program Gol

^{1*}Elfira Safitri, ²Habibis Saleh, ²M. D. H. Gamal

Mahasiswa Program Studi Magister Matematika
²Dosen Jurusan Matematika
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
 Kampus Binawidya, Pekanbaru 28293

*elfirasafitri_21@yahoo.co.id

Abstrak

Salah satu teknik penting dalam optimisasi yang sudah dikembangkan adalah Program Gol. Pada tulisan ini dibahas empat metode untuk menyelesaikan program gol yaitu metode simplex yang dimodifikasi, metode simplex yang direvisi, metode preemptif dan metode non-preemptif. Dari keempat metode ini tampak bahwa ada perbedaan dalam proses pivoting variabel yang masuk dan keluar basis. Untuk metode simplex yang dimodifikasi, metode preemptif dan metode non-preemptif disajikan dalam bentuk tabel penuh dengan menghitung nilai penciutannya sedangkan metode simplex yang direvisi menggunakan matriks invers yang berkorespondensi dengan variabel basis.

Kata kunci: simplex yang dimodifikasi, simplex yang direvisi, metode preemptif dan metode non-preemptif

1 Pendahuluan

Program Gol telah menjadi metode teoritis yang populer untuk menangani beberapa tujuan pengambilan keputusan masalah [8]. Teknik program gol awalnya dikembangkan oleh Charnes dan Cooper [2], Lee [7], Ignizio [6] dan beberapa orang lain untuk menangani beberapa tujuan yang tidak dapat diatasi dengan program linier. Inti dari teknik ini adalah pencapaian “mungkin terbaik” solusi yang dating sedekat mungkin untuk memenuhi tujuan [10].

Program gol adalah kelanjutan dari program linier yang digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier dengan fungsi tujuan majemuk atau fungsi tujuan yang lebih dari satu. Dalam program gol semua tujuan digabungkandalam sebuah fungsi tujuan.

Namun, Olson [10] menggambarkan keterbatasan utama dalam menerapkan metode telah kurangnya algoritma yang mampu mencapai solusi model dalam waktu yang wajar. Metode solusi program gol yang paling umum digunakan diperkenalkan oleh Lee [7] dan Ignizio [6] berdasarkan metode simpleks Dantzig (Arthur dan



Ravindran [1] dan Schniederjans dan Kwak [11]). Kedua metode memerlukan kolom di tabel simpleks untuk variabel penyimpangan positif dan negatif. Mereka juga memerlukan baris fungsi tujuan terpisah untuk setiap tingkat prioritas, yang semuanya menambah sangat dengan waktu komputasi dari solusi metode. Penelitian ini bertujuan menyajikan beberapa metode untuk menyelesaikan program gol.

2 Tinjauan Pustaka

Metode Simpleks yang Dimodifikasi

Dalam tabel simpleks yang dimodifikasi untuk program tujuan, variabel model ditempatkan paling atas, dimulai dengan kolom variabel-variabel keputusan, variabel-variabel penyimpangan negative dan variabel-variabel penyimpangan positif.

Adapun langkah-langkah metode simpleks yang dimodifikasi adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan table awal menggunakan variabel-variabel penyimpangan untuk permulaan variabel-variabel solusi dasar yang layak. Hitung baris $z_j - c_j$.
2. Tentukan kolom pemutar (masukkan variabel non-basis) dengan memilih kolom yang mempunyai nilai positif maksimum pada prioritas tertinggi.
3. Menentukan baris pemutar (variabel yang diganti) dengan membagi nilai kolom ruas kanan dengan nilai kolom pemutar dan memilih baris dengan nilai positif minimum atau nol.
4. Hitung nilai baris pemutar baru dengan formula:

$$\text{Nilai baris tabel pemutar baru} = \frac{\text{Nilai baris pemutar lama}}{\text{Angka pemutar}}$$

5. Hitung semua nilai baris lainnya dengan menggunakan formula:

$$\text{Baris baru} = \text{baris lama} - (\text{koefisien kolom pemutar} \times \text{nilai baris pemutar tabel baru})$$

6. Hitung baris $z_j - c_j$ yang baru.
7. Tentukan apakah hasil sudah memuaskan dengan menguji $z_j - c_j$. Jika tidak ada nilai positif terlihat pada tiap tingkat prioritas, atau apabila terdapat nilai positif dengan nilai negative dengan prioritas yang lebih tinggi, solusi telah tercapai. Jika kondisi ini tidak tercapai kembali ke Langkah 2 dan ulangi simpleks yang dimodifikasi [14].

Metode Preemptif

Metode preemptif adalah di mana terdapat urutan tingkat prioritas dari tujuan-tujuan, sehingga tujuan-tujuan yang sangat penting mendapat perhatian pertama dan seterusnya. Bentuk umum dari metode preemptif sebagai berikut:



$$\begin{aligned} \min G_1 &= \rho_1 && (\text{prioritas tertinggi}) \\ &\vdots \\ \min G_n &= \rho_n && (\text{prioritas terendah}) \end{aligned}$$

Adapun Langkah-Langkah penyelesaian metode preemptif [13] sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi tujuan model dan mengurutkannya dalam urutan prioritas
 $G_1 = \rho_1 > G_2 = \rho_2 \dots > G_n = \rho_n$
2. Menyelesaikan LP_i yang meminimalkan G_i dan misalkan $\rho_i = \rho_i * \text{menetapkan}$ nilai optimum yang sesuai dengan variabel penyimpangan ρ_i .

Metode Non-Preemptif

Metode non-preemptif adalah metode dimana semua tujuan kurang lebih sama pentingnya [5]. Bentuk umum metode non-preemptif sebagai berikut:

$$\min z = \sum_{i=1}^m (w_i^- d_i^- + w_i^+ d_i^+)$$

kendala

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i$$

$$\sum_j a_{ij} x_j \leq b_i$$

$$\begin{aligned} w_i &\geq 0, x_j, d_i^+, d_i^- \geq 0, x_{ij}, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \\ (i &= 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

Adapun langkah-langkah metode non-preemptif sebagai berikut:

1. Konversikan formulasi persoalan kedalam bentuk standar.
2. Kelayakan
 Jika $b_i = 0$ untuk semua $i = 1, 2, \dots, m$ lanjutkan kelangkah 7 {solusi optimal}.
3. Uji Optimalitas
 Jika $g_{hj} \leq 0$ untuk semua $j \neq$ kolom pivot maka solusi optimal, jika $g_{hj} > 0$ maka solusi tidak optimal.
4. Variabel masukan (*entering variabel*)
 Variabel masukan adalah variabel dengan koefisien terbesar dalam baris $g_h, h \in i$ untuk baris $w_i^v (d_i^- + d_i^+)$ dari fungsi tujuan yang tidak melanggar bobot variabel penyimpangan. Dalam kasus hubungan $\{g_{hj_1}, \dots, g_{hj_\theta}\}$ maka variabel masukan adalah variabel yang maks $\{g_{hj_1}, \dots, g_{hj_\theta}\}$.
5. Variabel keluar (*leaving variabel*)



Jika y_0 adalah kolom yang sesuai dengan variabel masuk pada langkah 4, maka variabel keluar adalah variabel basis dengan $\min\left\{\frac{b_i}{g_{y_0}}: g_{y_0} > 0, i = 1, 2, \dots, m\right\}$. $\{g_{y_0}$ adalah kolom pivot}. Dalam kasus ini, variabel dengan sisi terkecil kanan meninggalkan basis.

6. Pertukaran variabel basis dengan non-basis
Lakukan operasi baris Gauss-Jordan untuk memperbarui tabel.
7. Solusi optimal jika jika:
 - i. Koefisien dari baris bobot bernilai negatif atau nol
 - ii. Ruas kanan dari semua baris bobot bernilai nol
 - iii. Aturan bobot optimal [9].

Metode Simpleks yang Direvisi

Metode simpleks yang direvisi merupakan kelanjutan dari metode simpleks. Dengan diketahui basis awal I , ditentukan koefisien tujuan yang berkaitan dengan c_{VB} [5].

Adapun Langkah-Langkah metode simpleks yang direvisi sebagai berikut:

1. Menentukan variabel yang akan masuk menjadi basis.
Hitung koefisien setiap variabel non-basis pada baris 0 yaitu hitung $\hat{c} = c_B^T B^{-1} A - c^T$. Pilih yang masuk basis yang memiliki koefisien paling negatif dibaris 0.
2. Menentukan variabel yang akan keluar basis.
 - [1] Koefisien batasan dari variabel masuk yaitu $\alpha^j = B^{-1} A$
 - [2] Nilai variabel dasar saat ini yaitu $x_B = B^{-1} \bar{b}$
 - [3] Lakukan uji rasio $\theta = \min \left[\frac{(B^{-1} A)_k}{(\alpha^j)_k} \right]$
3. Menentukan basis berikutnya

$$\xi = \left[-\frac{a_{1k}}{a_{rk}} \quad -\frac{a_{2k}}{a_{rk}} \quad \dots \quad \frac{1}{a_{rk}} \quad \dots \quad -\frac{a_{mk}}{a_{rk}} \right]^T$$
4. Solusi optimum jika pada koefisien non-basis bernilai negative atau nol, maka tidak ada variabel yang akan masuk basis. Jika masih ada yang bernilai positif maka ulangi Langkah 1 [5].

3 Hasil dan Pembahasan

Metode Simpleks yang Dimodifikasi

Langkah 1: Konversikan ke dalam bentuk standar

$$\min z = 2P_1 d_1^- + P_2 d_2^+$$

kendala

$$4x_1 + 8x_2 + d_1^- - d_1^+ = 45$$

$$8x_1 + 24x_2 + d_2^- - d_2^+ = 100$$

$$x_1 + 2x_2 + s_3 = 10$$



$$x_1 + s_4 = 9$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 ; j = 1, 2 ; i = 1, 2, 3, 4$$

Tabel 1 menyajikan tabel awal dari metode simplex yang dimodifikasi

Tabel 1: Tabel awal simpleks yang dimodifikasi

c_B	c_j	0	0	$2P_1$	0	0	P_2	0	0	RHS	Rasio
	V_B	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_1^+	d_2^+	s_3	s_4		
$2P_1$	d_1^-	4	8	1	0	-1	0	0	0	45	5.6
$0P_2$	d_2^-	8	24	0	1	0	-1	0	0	100	4.1
$0P_3$	s_3	1	2	0	0	0	0	1	0	10	5
$0P_4$	s_4	1	0	0	0	0	0	0	1	9	∞
$z_j - c_j$	P_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	P_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	P_2	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	
	P_1	8	16	0	0	-2	0	0	0	90	

Langkah 2: Menentukan kolom pemutar

Kolom pemutar ditentukan dengan memilih pada baris prioritas tertinggi dengan nilai positif $z_j - c_j$ maksimum.

Langkah 3: Menentukan baris pemutar

Baris pemutar ditentukan dengan membagi nilai ruas kanan dengan nilai nilai kolom pemutar dan memilih nilai positif terkecil.

Langkah 4: Melakukan operasi Gauss-Jordan untuk memperbaharui tabel baru (lihat Tabel 2)

Langkah 5: Hitung baris $z_j - c_j$ baru.

Berikut diperoleh solusi optimal pada iterasi terakhir yang disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2: Tabel simpleks ketiga yang dimodifikasi

c_B	c_j	0	0	$2P_1$	0	0	P_2	0	0	RHS
	V_B	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_1^+	d_2^+	s_3	s_4	
$2P_1$	d_1^-	0	0	1	0	-1	0	-4	0	5
0	x_2	0	1	0	$\frac{1}{8}$	0	$-\frac{1}{8}$	-1	0	$\frac{5}{2}$
$0P_3$	x_1	1	0	0	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	3	0	5
$0P_4$	s_4	0	0	0	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-3	-1	4
$z_j - c_j$	P_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P_3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P_2	0	0	0	0	0	-1	0	0	0
	P_1	0	0	0	0	-2	0	-8	0	10



Dari Tabel 2, karena semua nilai pada baris P_1, P_2, P_3 dan P_4 di $z_j - c_j$ bernilai negatif dan nol berarti semua tujuan sudah terpenuhi. Sehingga diperoleh hasil optimal sebagai berikut $z = 10$ dengan $x_1 = 5, d_1^- = 5, d_2^- = 0, x_2 = 2.5, s_3 = 0$ dan $s_4 = 4$.

Metode Preemptif

$$\min z = 2P_1d_1^- + P_2d_2^+$$

kendala

$$4x_1 + 8x_2 + d_1^- - d_1^+ = 45$$

$$8x_1 + 24x_2 + d_2^- - d_2^+ = 100$$

$$x_1 + 2x_2 + s_3 = 10$$

$$x_1 + s_4 = 9$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0; j = 1, 2; i = 1, 2, 3, 4$$

Asumsikan G_1 sebagai fungsi tujuan prioritas pertama dan G_2 sebagai fungsi tujuan prioritas kedua.

$$G_1 : \min d_1^-$$

$$G_2 : \min d_2^+ \quad G_1 > G_2$$

i. LP₁ :

$$\min z = 2d_1^- + 0d_1^+ + 0d_1^- + 0d_2^+$$

$$G_1 = 4x_1 + 8x_2 + d_1^- - d_1^+ = 45$$

$$G_2 = 8x_1 + 24x_2 + d_2^- - d_2^+ = 100$$

kendala

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 \leq 9$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0; j = 1, 2; i = 1, 2, 3, 4$$

Dengan menggunakan Ms. Excel diperoleh :

$$x_1 = 5 \quad d_1^- = 5 \quad d_2^- = 0 \quad z = 2d_1^- = 2(5) = 10$$

$$x_2 = 2.5 \quad d_1^+ = 0 \quad d_2^+ = 0$$

ii. LP₂

$$\min z = 0d_1^- + 0d_1^+ + 0d_1^- + 1d_2^+$$

Substitusikan $d_1^- = 5$ ke persamaan G_1

$$G_1 = 4x_1 + 8x_2 + 5 - d_1^+ = 45 \rightarrow 4x_1 + 8x_2 - d_1^+ = 40$$

$$G_2 = 8x_1 + 24x_2 + d_2^- - d_2^+ = 100$$

kendala

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 \leq 9$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0; j = 1, 2; i = 1, 2, 3, 4$$

Dengan menggunakan excel diperoleh :

$$x_1 = 5 \quad d_1^- = 0 \quad d_2^- = 0 \quad z = 1d_2^+ = 1(0) = 0$$

$$x_2 = 2.5 \quad d_1^+ = 0 \quad d_2^+ = 0$$



Metode Non-preemptif

Langkah 1: Konversikan ke dalam bentuk standar

$$\min z = 2d_1^- + d_2^+$$

kendala

$$4x_1 + 8x_2 + d_1^- - d_1^+ = 45$$

$$8x_1 + 24x_2 + d_2^- - d_2^+ = 100$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1 \leq 9$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 ; j = 1, 2 ; i = 1, 2, 3, 4$$

Tabel 3: Tabel simpleks pertama non-preemptif

c_i	c_j	0	0	2	1	0	0	RHS	Rasio
	V_B	x_1	x_2	d_1^-	d_2^+	s_3	s_4		
2	$w_1 d_1^-$	4	8	1	0	0	0	45	5.6
1	$w_2 d_2^+$	8	24	0	1	0	0	100	4.16
0	s_3	1	2	0	0	1	0	10	5
0	s_4	1	0	0	0	0	1	9	∞

Langkah 2: $\exists b_i \neq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, m$ {layak}

Langkah 3: $\exists g_{1j} > 0$ untuk beberapa j {solusi tidak optimal}

Langkah 4: Menentukan kolom pemutar

Kolom pemutar ditentukan dengan memilih koefisien terbesar dalam baris g_h . $\max \{g_{1j}\} = \max\{4, 8, 1, 0, 0, 0\} = 8$ pada g_{12} . Jadi, x_2 variabel masukan.

Langkah 5: Menentukan baris pemutar

Baris pemutar ditentukan dengan membagi nilai kolom ruas kanan dengan kolom x_1 dan memilih nilai positif terkecil.

$\min \left\{ \frac{b_i}{g_{i2}}, g_{i2} > 0 \right\} = \min \left\{ \frac{45}{8}, \frac{100}{24}, \frac{10}{2}, \frac{9}{0} \right\} = 4.16$ pada $\frac{b_2}{g_{22}}$. Jadi, d_2^+ variabel keluaran.

Langkah 6: Melakukan operasi baris Gauss-Jordan untuk memperbaharui tabel baru (Tabel 4) dan memeriksa apakah w_1 masih dalam basis

Berikut diperoleh solusi optimal pada iterasi terakhir yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4: Tabel simpleks iterasi ketiga metode non-preemptif

c_i	c_j	0	0	2	1	0	0	RHS
	V_B	x_1	x_2	d_1^-	d_2^+	s_3	s_4	
2	$w_1 d_1^-$	0	0	1	0	-4	0	5
0	x_2	0	1	0	$-\frac{1}{8}$	-1	0	$\frac{5}{2}$
0	x_1	1	0	0	$\frac{1}{4}$	3	0	5
0	s_4	0	0	0	$-\frac{1}{4}$	-3	1	4



- Dari Tabel 4, w_1 belum optimal sehingga kembali ke Langkah 3.
 Langkah 3: $\exists g_{1j} \leq 0$ untuk beberapa j {solusi optimal}
 Langkah 4: Menentukan kolom pemutar
 Kolom pemutar ditentukan dengan memilih koefisien terbesar dalam baris g_h . $\max \{g_{1j}\} = \max\{0, 0, 1, 0, -4, 0\} = 1$ pada g_{13} tetapi ingat faktor bobot yang lebih tinggi tidak akan masuk kembali ke basis untuk meninggalkan satu yang rendah.
 Langkah 7: Sehingga tabel4 solusi optimal dengan $z = 10, x_1 = 5, d_1^- = 5, s_3 = 0, x_2 = 2.5, d_2^+ = 0$ dan $s_4 = 4$.

Metode Simpleks yang Direvisi

Metode simpleks yang direvisi merupakan kelanjutan dari metode simpleks. Langkah-langkah dari metode simpleks yang direvisi pada intinya sama dengan metode simpleks. Dengan diketahui basis awal I , ditentukan koefisien tujuan yang berkaitan dengan c_{VB} .

$$\begin{aligned} \min z &= 2d_1^- + d_2^+ \\ \text{kendala} \\ 4x_1 + 8x_2 + d_1^- - d_1^+ &= 45 \\ 8x_1 + 24x_2 + d_2^- - d_2^+ &= 100 \\ x_1 + 2x_2 + s_3 &= 10 \\ x_1 + s_4 &= 9 \\ x_j, d_i^-, d_i^+ &\geq 0; j = 1, 2; i = 1, 2, 3, 4 \end{aligned}$$

Berikut diberikan ilustrasi penyelesaian metode simpleks yang direvisi:

Iterasi 0:

Basis = $\{d_1^-, d_2^-, s_3, s_4\}$

Non basis = $\{x_1, x_2, d_1^+, d_2^+\}$

$$\begin{aligned} B_0 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} B_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} c_B = [2 \quad 0 \quad 0 \quad 0] a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} a_2 \\ &= \begin{bmatrix} 8 \\ 24 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- a. Menentukan variabel yang akan masuk basis
 - i. Hitung $\hat{c} = c_{B0}^T B_0^{-1} A - c^T$ untuk semua variabel non-basis

$$c_{B0}^T B_0^{-1} = [2 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [2 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

- ii. Tentukan semua koefisien variabel non-basis



a. Koefisien x_1

$$\hat{c}_1 = c_{B_0}^T B_0^{-1} a_1 - c_1 = [2 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - 0 = 8$$

b. Koefisien x_2

$$\hat{c}_2 = c_{B_0}^T B_0^{-1} a_2 - c_2 = [2 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 8 \\ 24 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = \mathbf{16} \text{ \{positif terbesar\}}$$

c. Koefisien d_1^+

$$\hat{c}_3 = c_{B_0}^T B_0^{-1} a_3 - c_3 = [2 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 = -2$$

d. Koefisien d_2^+

$$\hat{c}_4 = c_{B_0}^T B_0^{-1} a_4 - c_4 = [2 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - 1 = -1$$

Pilih x_2 masuk basis karena x_2 positif terbesar dibaris 0.

b. Menentukan variabel yang akan keluar dari basis

i. Tentukan koefisien x_2 sekarang :

$$\alpha^1 = B^{-1} a_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 24 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 24 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ii. Tentukan ruas kanan sekarang :

$$B^{-1} \bar{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 45 \\ 100 \\ 10 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 100 \\ 10 \\ 9 \end{bmatrix}$$

iii. Lakukan uji rasio

$$\text{Baris 1} = \frac{45}{8} = 5.625$$

$$\text{Baris 2} = \frac{100}{24} = \mathbf{4.17} \quad \{\text{Nilai paling kecil}\}$$

$$\text{Baris 3} = \frac{10}{2} = 5$$

$$\text{Baris 4} = \frac{9}{0} = \infty$$

Berdasarkan uji rasio, x_2 menjadi basis pada baris 2 menggantikan d_2^- .

Solusi dikatakan optimal jika koefisien dari non-basis bernilai negatif atau nol, maka tidak ada variabel yang masuk basis. Pada contoh yang diberikan diperoleh solusi optimal setelah dilakukan iterasi sebanyak 3 kali. Sehingga diperoleh hasil optimal $z = 10$ dengan $x_1 = 5, d_1^- = 5, d_2^- = 0, x_2 = 2.5, s_3 = 0$ dan $s_4 = 4$.



Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dapat diambil kesimpulan bahwa dari keempat metode ini tampak bahwa ada perbedaan dalam proses pivoting variabel yang masuk dan keluar basis. Untuk metode simplex yang dimodifikasi, metode preemptif dan metode non-preemptif disajikan dalam bentuk tabel penuh dengan menghitung nilai pencuutannya sedangkan metode simplex yang direvisi menggunakan matriks invers yang berkorespondensi dengan variabel basis.

Pada artikel ini, selain menggunakan empat metode, penulis menyelesaikan dengan metode dual simplex. Kemudian penulis akan membandingkan metode mana yang lebih efisien untuk memperoleh solusi optimal.

Daftar Pustaka

- [1] Arthur J. L dan A. Ravindran. 1978. An Efficient Goal Programming Algorithm Using Constraint Partitioning and Variable Elimination. *Management Science*. 24: 867-873.
- [2] Charnes. A. dan W.W. Cooper. 1961. *Management Models and the Industrial Applications Of Linear Programming*, Vol. 1 dan 2. John Wiley., New York.
- [3] Dantzig, G. B. 1948. *Programming A Linear Structure Comptroller*, United Air Force, Washington, D. C.
- [4] Dimiyati, T. T dan Dimiyati A. 2010. *Operations Research: Model-model Pengambilan Keputusan*, Penerbit Sinar Baru Algensindo, Bandung.
- [5] Hiller, F. S dan Liberman, G. J, *Pengantar Riset Operasi*, Jilid 1, Terj. dari *Introduction to Operations Research*, oleh S. Ellen G dan Mulia, A. W, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1990.
- [6] Ignizio, J.P. 1982. *Introduction to Linear Goal Programming*, Sage Publication, California.
- [7] Lee, S. M. 1972. *Goal Programming for Decision Analysis*. Auerbach, Philadelphia.
- [8] Orumie, U. C dan D. W. U. Ebong, A Glorious Literature on Linear Goal Programming Algorithm. *American Journal of Operations Research*, 4(2014), 59-71.
- [9] Orumie, U. C dan D. W. U. Ebong. 2013. Another Efficient Method of Solving Weighted Goal Programming. *Asian Journal of Mathematics and Application*.
- [10] Olson, D. L, *Comparison of Four Goal Programming Algorithms*. *Journal of the Operational Research Society*, 35(1984), 347-354.
- [11] Schniederjans, M. J dan N. K. Kwak, An Alternative Solution Method for Goal Programming Problems: A Tutorial. *Journal of the Operational Research Society*, 33(1982), 247-252.
- [12] Siswanto. 2007. *Operation Research*, Jilid dua, Erlangga, Jakarta.
- [13] Taha, H.A. 2003. *Operataions Research: An Introduction*, Seven Ed.,New Jersey, Prentice-Hall.



- [14] Taylor, B. W, Sains Manajemen: Pendekatan Matematika untuk Bisnis, Terj. Dari Introduction to Management Science, oleh Chaerul. D. D dan Vira Silvira, Penerbit Salemba Empat, Jakarta, 2001.
- [15] Winston, W. L. 2004. Operations Research: Applications and Algorithms, Fourth Ed., Thomson Learning, Belmont CA 94002, U.S.A.

