ISBN: 978-979-792-552-9

Garis Euler pada Segitiga dengan Sudut Khusus

Shinta Adelina[1*], Sri Gemawati[2], Hasriati[2]

[1]Mahasiswa Program Studi Magister Matematika
[2]Dosen Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya, Pekanbaru 28293

shintaadelina847@yahoo.co.id

Abstrak

Cristopher J Bradley dalam artikelnya telah membahas garis Euler pada segitiga dengan sudut khusus dengan menggunakan koordinat, dalam artikel ini penulis membahas garis Euler pada segitiga dengan sudut khusus dengan menggunakan konsep kesebangunan, teorema segitiga dengan sudut 30,60,90 dan teorema tali busur.

Kata kunci: Garis Euler, *circumcenter*, teorema tali busur.

1 Pendahuluan

Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga sisi, dan mempunyai tiga buah sudut. Diberikan sebuah segitiga sebarang ABC, dapat dikonstruksi garis-garis istimewa [7]. Pada masing-masing titik sudut pada segitiga tersebut dapat dibentuk garis tinggi dan garis berat, dari setiap sisi segitiga tersebut juga dapat dibentuk garis tegak lurus terhadap masing-masing sisi dan membagi sama besar masing-masing sisi segitiga.

Dari segitiga ABC, akan dikonstruksi perpotongan garis tinggi, garis berat dan garis tegak lurus terhadap sisi dan membagi dua sisi sama besar, jika dari titik perpotongan garis tinggi di titik H ditarik garis ke titik perpotongan garis berat di titik G, kemudian dilanjutkan ke titik perpotongan garis tegak lurus terhadap sisi dan membagi dua sisi sama besar di titik O, maka ketiga titik perpotongan tersebut akan berada pada satu garis, yang disebut dengan garis Euler.[3,4,6,9]

Pada jurnal [1] telah dibahas garis Euler pada segitiga dengan sudut khusus dengan menggunakan pendekatan koordinat, sedangkan tulisan ini membahas kasus yang sama dengan pendekatan berbeda, yaitu dengan konsep kesebangunan, teorema sudut pusat lingkaran, teorema segitiga dengan sudut 30,60,90.

ISBN: 978-979-792-552-9

2 Garis Euler

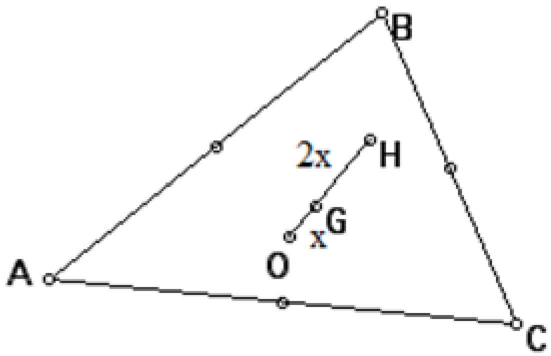
Garis Euler

Teorema 1 [8] (Centroid). Pada seberang segitiga, terdapat tiga median yang kongruen. Selain itu, titik centroid membagi setiap median dengan rasio 2:1, yang dihitung dari titik sudut segitiga.

Teorema 2 [9] (Orthocenter) Pada sebarang segitiga, terdapat tiga garis tinggi, selain itu titik orthocenter terletak di dalam pada segitiga lancip, di luar pada segitiga tumpul dan tepat pada siku-siku pada segitiga siku-siku.

Teorema 3 [8] (Circumcenter) Pada sebarang segitiga terdapat lingkaran luar (disebut circumcircle) yang melalui tiga titik sudut pada segitiga. Selain itu pusat circumcircle adalah perpotongan tiga bisektor tegak lurus terhadap sisi segitiga, yang disebut circumcenter segitiga.

Teorema 4 [7] *(Teorema* Euler*)* Titik Orthocenter H, titik Circumcenter O, dan titik Centroid G adalah segaris pada sebarang segitiga. Selanjutnya, G berada di antara H dan O (kecuali pada segitiga sama sisi, dalam hal ini tiga titik H, G, O tepat pada satu titik) dan HG = 2G



Gambar 1

Bukti [10]: Langkah pertama, tarik garis OG sehingga berpotongan dengan garis tinggi CE di H, didapat CE dan TF adalah garis tegak lurus terhadap AB dan sejajar, G adalah centroid didapat:

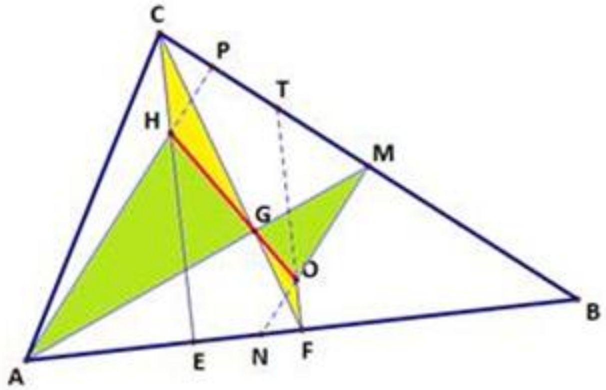
$$\frac{CG}{GO} = \frac{2}{1}$$

Karena CHG dan OGF sebangun, didapat

ISBN: 978-979-792-552-9

$$\frac{HG}{GO} = \frac{CH}{OF} = \frac{CG}{GO} = \frac{2}{1}$$

Langkah kedua,tarik garis dari A ke H (garis ini memotong CB di P), titik tengah AM, (melalui G, karena G centroid) dan perpendiculer bisector MN (melalui circumcenter O), seperti pada Gambar 2 .



Gambar 2

Karena G centroid, didapat

$$\frac{AG}{GM} = \frac{2}{1}$$

Telah diketahui

$$\frac{HG}{GO} = \frac{2}{1}$$

Oleh karena itu, segitiga AHG dan GOM haruslah sebangun, implikasinya garis AP dan MN sejajar. Karena AP tegak lurus terhadap BC, dengan demikian AP adalah garis tinggi ABC, maka H adalah perpotongan dua garis tinggi CE dan AP, dan H orthocenter, dengan demikian, H, O, G Segaris.

Kesebangunan

Teorema 5 [8] (Kesebangunan Sd-Sd-Sd) Diberikan sebuah korespondensi antara dua segitiga. jika sudut-sudut yang berkorespondensi kongruen, maka korespondensinya adalah kesebangunan.

Akibat Teorema 6 [8] (Kesebangunan Sd-Sd) Diberikan korespondensi antara dua segitiga. jika dua pasang sudut yang berkorespondensi kongruen, maka korespondensinya adalah sebangun.

Teorema 7 [1] Median untuk sisi hipotenusa dari segitiga siku-siku adalah setengah dari sisi hipotenusa.

ISBN: 978-979-792-552-9

Teorema 8 [8] Misalkan AB adalah tali busur sebuah lingkaran yang berpusat di O yang mana AB bukan diameternya, dan misalkan C adalah sebarang titik pada lingkaran yang berada di A dan B, maka jika C dan O berada pada sisi yang sama dari AB maka $< AOB = 2 < ACB$

Teorema 9 [1] (Teorema segitiga dengan sudut 30,60,90) Jika salah satu sudut segitiga siku-siku adalah 30, maka panjang sisi dihadapannya sama dengan setengah dari panjang hipotenusanya

3 Hasil Utama

- Kasus 1. Membuktikan:

Segitiga ARQ adalah segitiga sama sisi
$< BPR = 15^0$
$PR = RQ$
Perhatikan segitiga ABC pada Gambar 3.

a. Tarik garis dari titik B melalui H yang tegak lurus terhadap AC di titik T. Sehingga didapat ΔABT, dengan

$$< ATB = 90^0$$
$$< BAT = 60^0$$
$$< ABT = 180^0 - (90^0 + 60^0)$$
$$< ABT = 30^0$$

Tarik garis dari titik B tegak lurus terhadap sisi AC tepat di titik A. Sehingga di dapat ΔAPQ, tarik garis dari titik B tegak lurus terhadap garis AP di S. Sehingga didapat segiempat ATBS.

Berdasarkan Teorema 3, tarik garis dari titik T ke titik S, sehingga $TS = AB$ dan berpotongan di titik U.

Berdasarkan Teorema 4, $BU = UA = AT$, sehingga

$$< BAT = < AUT = < ATU = 60^0$$

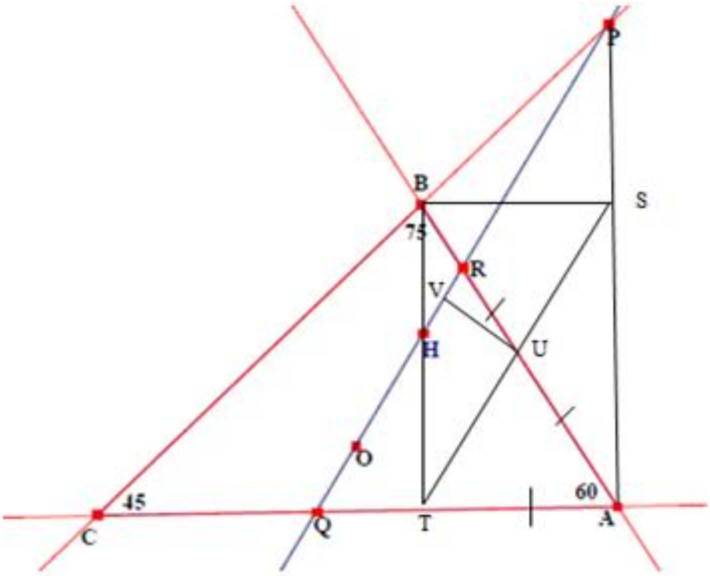
b. Buat garis dari titik UV tegak lurus terhadap sisi PQ dan TS, sehingga didapat ΔVRU,

$$< RVU = 90^0$$
$$< RUV = 180^0 - (60^0 + 90^0)$$
$$< RVU = 30^0, \text{ sehingga}$$
$$< URV = 60^0$$
$$< URV = < ARQ = 60^0$$

c. Pandang ΔARQ

$$< RAQ = < ARQ = < AQR = 60^0$$

ISBN: 978-979-792-552-9



Gambar 3

d. Pandang $\Delta\, BRH$

$$< ABT =< RBH = 30^0$$
$$< BRH = 180^0 - 60^0$$
$$< BRH = 120^0$$

Pandang $\Delta\, BPR$

$$< RBP = 105^0$$
$$< BRP = < ARQ = 60^0\ (Sudut\ bertolak\ berlakang)$$
$$< BPR = 15^0$$

e. Pandang $\Delta\, APQ$

$< APQ =< QAP = 30^0$ (segitiga sama kaki)

$$PR = AR$$

Karena $\Delta\, ARQ$ adalah segitiga sama sisi, maka

$$AR = RQ = AQ$$
$$PR = AR = RQ$$
$$PR = RQ$$

- Kasus II, RH = OQ

Perhatikan Gambar 5

a. Dari titik O, konstruksi lingkaran luar segitiga, didapat :

$$OA = OC = OB$$
$$< AOB = 90^0\ (Sudut\ pusat\ lingkaran)$$

ISBN: 978-979-792-552-9

Karena $OB = OA$, maka $< OBA =< OAB = 45^0$
Pandang $\Delta\, COB$,

$$< COB = 2 < CAB = 120^0 \text{ (Teorema 2.2.4)}$$
$$< OBC =< OCB = 30^0$$

Perhatikan $\Delta\, OAC$

$$< AOC = 150^0$$
$$< OCA =< OAC = 15^0$$

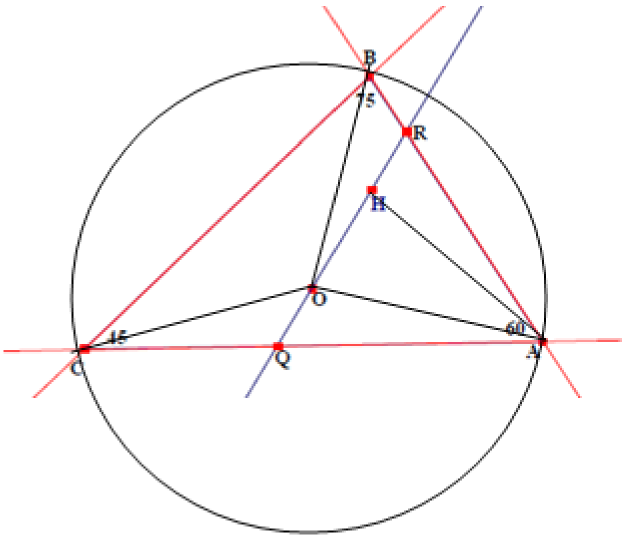
b. Tarik garis dari titik A melalui H yang tegak lurus terhadap sisi CP di D, sehingga didapat $\Delta\, ADB$:

$$< BDA = 90^0$$
$$< DBA = 75^0$$
$$< BAD =< RAH = 15^0$$

c. $\Delta\, ARH\ dan\, \Delta\, AOQ$ sebangun (Teorema akibat 2.1.1)

$$< AQO =< ARH = 60^0$$
$$< OAQ =< OAC = 15^0$$

Maka $< QOA =< RHA = 105^0$
Sehingga, $RH = OQ$



Gambar 4

Kesimpulan

Dalam artikel ini, kasus yang telah dibuktikan dengan pendekatan koordinat pada jurnal [2] dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan kesebangunan, juga sudut berelasi, dan lingkaran luar segitiga.

Daftar Pustaka

[1] Down, Moise, 1963, Geometry, Addison Wesley

[2] Bradley, J Christopher, The 450,600,750 triangle and its Euler. [Diakses tanggal 10 september 2014] http://people.bath.ac.uk/masgcs/Article39.pdf

[3] Euler's line [Diakses tanggal 10 November 2014] http://polymathematics.typepad.com/polymath/Eulers_line.html

[4] Faucette, William M, The Euler line of triangle [Diakses tanggal 2 Oktober 2014].http://www.westga.edu/~faucette/research/Eulerline.pdf

[5] Jenis segitiga dan garis istimewa pada segitiga [Diakses tanggal 1 November 2014] http://dumatika.com/jenis-segitiga-dan-garis-istimewa-pada-segitiga/

[6] Maarif, Samsul, Garis Euler [Diakses tanggal 19 Oktober 2014].http://samsarif.blogspot.com/2014/04/garis-Euler-pembuktian.html

[7] Martinez, Dario Gonzalez, Triangle centers and Euler line [Diakses tanggal 10 November 2014]http://jwilson.coe.uga.edu/EMAT6680Fa10/Gonzalez/Assignment%204/Triangle%20Centers%20and%20Euler%20Line.htm

[8] Mashadi, 2012, Geometri, Pusbangdik, UNRI: Pekanbaru.

[9] Stankova, Zvezdelina, Along the Euler Line. [Diakses tanggal 22 September 2014].http://mathcircle.berkeley.edu/archivedocs/2011_2012/lectures/1112lectures pdf/BMC_Sept6_2011.pdf

[10] The clasical triangle centers [Diakses tanggal 20 Oktober 2014] http://math.buffalostate.edu/~giambrtm/MAT521/eeg-2.pdf