

# Analisis Kecepatan Dan Percepatan Mekanisme Empat Batang (*Four Bar Linkage*) Fungsi Sudut *Crank*

Nazaruddin

Fak. Teknik Universitas Riau

[nazaruddin.unri@yahoo.com](mailto:nazaruddin.unri@yahoo.com)

## Abstrak

Pada umumnya analisis kinematika dan dinamika permesinan diasumsikan setiap batang dianggap kaku. Asumsi ini dianggap benar jika mekanisme bergerak dengan kecepatan rendah. Jika dioperasikan pada kecepatan tinggi, efek inersia tidak dapat diabaikan. Akibatnya batang-batang mengalami deformasi dan efek fleksibilitas menimbulkan ketidakstabilan parametrik.

Metode penyelesaian masalah ini dilakukan dengan cara analisis tegangan dan regangan setiap batang. Pemodelan elemen hingga dan tinjauan kinematika serta dinamika pada mekanisme akan menghasilkan besaran-besaran tegangan dan regangan tersebut. Matrik massa dan matrik kekakuan diperoleh dari pemodelan elemen hingga. Besaran lain yang dapat dihasilkan dari langkah ini adalah frekuensi pribadi (*natural frequency*) mekanisme pada posisi tertentu. Analisis kinematika dan dinamika menghasilkan besaran kecepatan dan percepatan batang setiap posisi. Gaya dinamik akibat efek inersia diperoleh dari tinjauan secara dinamika. Akibat gaya inersia ini akan terjadi regangan per batang. Perkalian antara regangan dan modulus elastisitas diperoleh tegangan setiap batang.

Studi kasus yang dilakukan adalah mekanisme empat batang yang berputar pada kecepatan 340 rpm dengan modulus elastisitas bahan  $10.3 \times 10^6$  psi. Regangan yang dihasilkan regangan dari batang elastik coupler  $-0,8E-3$  dan follower  $0,85E-3$  serta tegangan yang terjadi adalah 8000 psi pada sudut crank  $75^\circ$

Kata-kata kunci : kinematika, dinamika, efek fleksibilitas, ketidakstabilan parametrik, frekuensi pribadi, tegangan, regangan

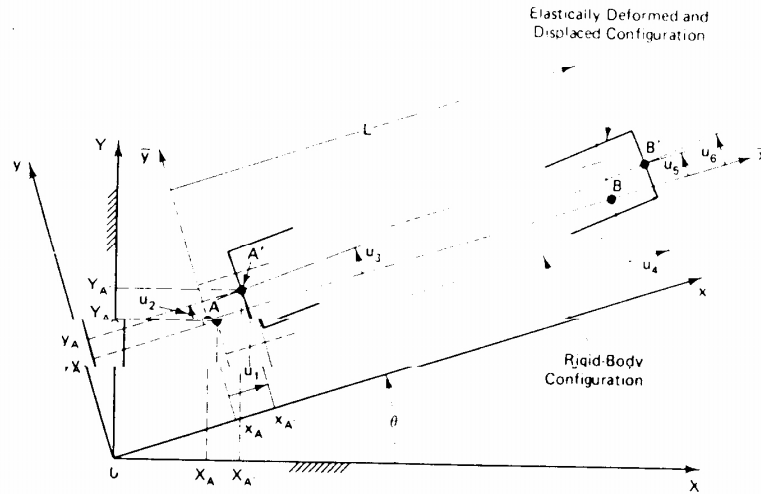
## PENDAHULUAN

Pada umumnya analisis dinamik suatu sistem mekanik didasarkan asumsi bahwa batang-batang dianggap benda kaku. Prosedur perancangan ini akurat untuk sistem yang beroperasi pada kecepatan rendah, tetapi pada kecepatan tinggi efek inersia sangat dominan, batang mengalami deformasi sehingga asumsi benda kaku menjadi tidak benar. Perilaku dinamik sistem dengan batang-batang yang mengalami deformasi akan berbeda dari mekanisme dengan batang kaku.

Untuk mekanisme yang beroperasi pada kecepatan tinggi, efek inersia dapat dikurangi dengan mengurangi massa, yaitu dengan memperkecil ukuran batang-batang mekanisme sampai pada suatu besaran yang nyata (*feasible*), akibatnya batang-batang mengalami deformasi yang menyebabkan munculnya efek fleksibilitas. Hal ini menyebabkan ketidakstabilan parametrik yang ditandai dengan meningkatnya level getaran. Getaran yang tidak diinginkan ini akan menyebabkan cepat rusak atauagalnya komponen-komponen mesin.

### Gerakan Elemen Beam Elastik pada Bidang

Secara umum elemen beam ditunjukkan seperti suatu batang pada suatu mekanisme seperti pada Gambar 1. Ada dua bidang acuan yaitu bidang tetap (OXY) dan bidang berputar (Oxy). Sumbu-x selalu sejajar dengan sumbu elemen beam. Deformasi elastik beam dapat digambarkan dengan 6 nodal perpindahan ( $u_1$  sampai  $u_6$ ).



Gambar 1 Komponen perpindahan batang elastik

Dari gambar tersebut dapat hubungan dibidang OXY sebagai berikut :

$$X_{A'} = X_A + u_1 \cos \theta - u_2 \sin \theta \quad (1)$$

$$Y_{A'} = Y_A + u_1 \sin \theta + u_2 \cos \theta \quad (2)$$

$$\theta_{A'} = \theta_A + u_3 \quad (3)$$

Kecepatan dan percepatan diperoleh dengan mengambil turunan pertama dan kedua dari persamaan diatas yaitu :

$$\dot{X}_{A'} = \dot{X}_A + \dot{u}_1 \cos \theta - u_1 \dot{\theta} \sin \theta - \dot{u}_2 \sin \theta - u_2 \dot{\theta} \cos \theta \quad (4)$$

$$\dot{Y}_{A'} = \dot{Y}_A + \dot{u}_1 \sin \theta + u_1 \dot{\theta} \cos \theta + \dot{u}_2 \cos \theta - u_2 \dot{\theta} \sin \theta \quad (5)$$

$$\dot{\theta}_{A'} = \dot{\theta}_A + \dot{u}_3 \quad (6)$$

dan percepatan

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{A'} = \ddot{X}_A + \ddot{u}_1 \cos \theta - 2\dot{u}_1 \dot{\theta} \sin \theta - u_1 \dot{\theta}^2 \cos \theta - u_1 \ddot{\theta} \sin \theta - \ddot{u}_2 \sin \theta \\ - 2\dot{u}_2 \dot{\theta} \cos \theta + u_2 \dot{\theta}^2 \sin \theta - u_2 \ddot{\theta} \cos \theta \end{aligned} \quad (7)$$

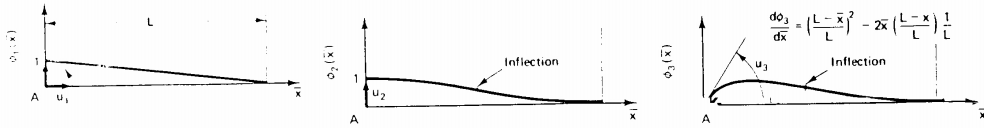
$$\begin{aligned} \ddot{Y}_{A'} = \ddot{Y}_A + \ddot{u}_1 \sin \theta + 2\dot{u}_1 \dot{\theta} \cos \theta - u_1 \dot{\theta}^2 \sin \theta + u_1 \ddot{\theta} \cos \theta + \ddot{u}_2 \cos \theta \\ - 2\dot{u}_2 \dot{\theta} \sin \theta - u_2 \dot{\theta}^2 \cos \theta - u_2 \ddot{\theta} \sin \theta \end{aligned} \quad (8)$$

$$\ddot{\theta}_{A'} = \ddot{\theta}_A + \ddot{u}_3 \quad (9)$$

Fungsi bentuk Elemen Beam



Fungsi bentuk didefinisikan sebagai bentuk konfigurasi perpindahan sepanjang elemen beam seperti gambar 2.



Gambar 2 Fungsi bentuk elemen beam

Untuk enam koordinat beam mempunyai fungsi bentuk  $\Phi_j(\bar{x})$  ( $j = 1, \dots, 6$ ) sebagai berikut:

$$\Phi_1(\bar{x}) = 1 - \frac{\bar{x}}{L} \quad (10)$$

$$\Phi_2(\bar{x}) = 3\left(\frac{L-\bar{x}}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{L-\bar{x}}{L}\right)^3 \quad (11)$$

$$\Phi_3(\bar{x}) = \bar{x}\left(\frac{L-\bar{x}}{L}\right)^2 \quad (12)$$

$$\Phi_4(\bar{x}) = \frac{\bar{x}}{L} \quad (13)$$

$$\Phi_5(\bar{x}) = 3\left(\frac{\bar{x}}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{\bar{x}}{L}\right)^3 \quad (14)$$

$$\Phi_6(\bar{x}) = -(L-\bar{x})\left(\frac{\bar{x}}{L}\right)^2 \quad (15)$$

Dengan asumsi perpindahan yang cukup kecil dimana teori elastisitas linier masih berlaku, maka prinsip superposisi berlaku untuk penjumlahan perpindahan yang berhubungan dengan berbagai macam jenis fungsi bentuk. Perpindahan transversal  $w(\bar{x}, t)$  (diukur dari sumbu  $\bar{y}$  pada bidang Axy Gambar 2) dapat ditentukan sebagai berikut:

$$w(\bar{x}, t) = \Phi_2(\bar{x})u_2(t) + \Phi_3(\bar{x})u_3(t) + \Phi_5(\bar{x})u_5(t) + \Phi_6(\bar{x})u_6(t) \quad (16)$$

dan dengan cara yang sama perpindahan aksial :

$$v(\bar{x}, t) = \Phi_1(\bar{x})u_1(t) + \Phi_4(\bar{x})u_4(t) \quad (17)$$

## METODOLOGI PENELITIAN

### Membentuk Matrik Massa dan Kekakuan Elemen

Persamaan gerak dari batang elastik dapat diturunkan dari persamaan gerak Lagrange, sebagai berikut :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial u_i} + \frac{\partial U}{\partial u_i} = \bar{Q}_i \quad i = 1, 2, \dots, 6 \quad (18)$$

### Analisa Kecepatan dan Percepatan



Kecepatan dan percepatan pada mekanisme empat batang dapat ditentukan secara kinematik yaitu :  
Kecepatan sudut:

$$\omega_3 = -\frac{L_2}{L_3} \omega_2 \frac{\sin(\theta_4 - \theta_2)}{\sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (19)$$

$$\omega_4 = -\frac{L_2}{L_4} \omega_2 \frac{\sin(\theta_3 - \theta_2)}{\sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (20)$$

Percepatan sudut:

$$\alpha_3 = \frac{[-L_2 \alpha_2 \sin(\theta_4 - \theta_2) + L_2 \omega_2^2 \cos(\theta_4 - \theta_2) + L_3 \omega_3^2 \cos(\theta_4 - \theta_3) - L_4 \omega_4^2]}{L_3 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (21)$$

$$\alpha_4 = \frac{[-L_2 \alpha_2 \sin(\theta_3 - \theta_2) + L_2 \omega_2^2 \cos(\theta_3 - \theta_2) - L_4 \omega_4^2 \cos(\theta_4 - \theta_3) + L_3 \omega_3^2]}{L_4 \sin(\theta_4 - \theta_3)} \quad (22)$$

dimana  $\omega_i$ ,  $\alpha_i$  dan  $L_i$ , masing-masing kecepatan sudut, percepatan sudut dan panjang batang ke-i.

#### Metode Penyelesaian Jawab Stasioner Persamaan Differensial Mekanisme Elastik

Untuk mekanisme elastik (coupler elastik) persamaan numeriknya berorde dua yang terkopel dengan waktu. Pada bagian ini dikembangkan algoritma untuk menghitung jawab persamaan tersebut.

Persamaan differensial orde 2 dapat dituliskan dalam bentuk orde satu sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = A(t) x(t) + f(t) \quad (23)$$

dengan A menyatakan koefisien matrik. Untuk sistem yang periodik berlaku hubungan

$$A(t) = A(T_a + t) \quad (24)$$

$$f(t) = f(T_f + t) \quad (25)$$

sedangkan jawab stasioner juga berlaku hubungan

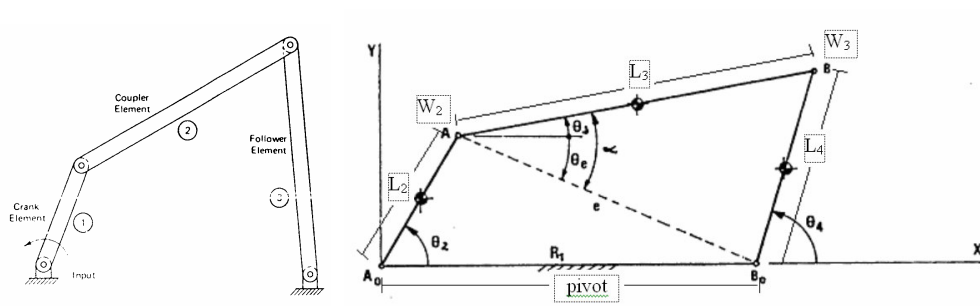
$$x(t) = x(T + t) \quad (27)$$

T,  $T_a$  dan  $T_f$  masing-masing menyatakan perioda jawab, periode koefisien matrik A dan periode gaya eksitasi.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Contoh kasus : Mekanisme 4 batang elastik

Bentuk umum atau penyederhanaan dari mekanisme empat batang dapat dilihat pada gambar 4 berikut.



Gambar 4 Mekanisme empat batang

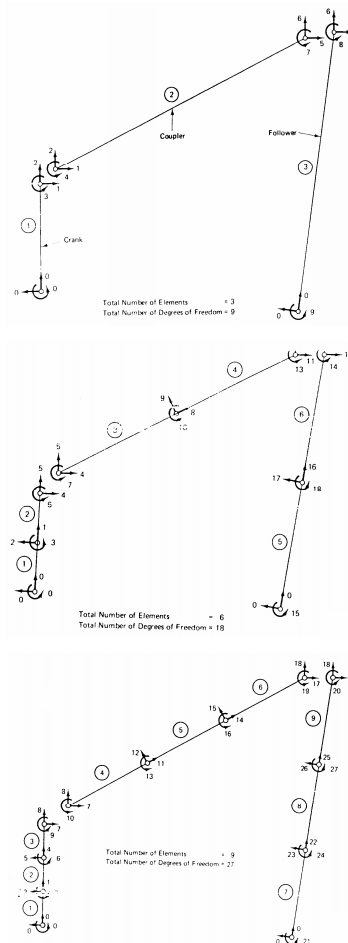
Dimensi mekanisme empat batang yang akan dijadikan besaran untuk melakukan analisis dapat dilihat pada tabel 1 berikut

Tabel 1 Dimensi mekanisme empat batang

	Crank (2)	Coupler (3)	Follower (4)
Panjang Batang $L_i$	4.25 in	11.00 in	10.65 in
Luas penampang $A_i$	0.167 in <sup>2</sup>	0.063 in <sup>2</sup>	0.063 in <sup>2</sup>
Momen Inersia $I_i$	3.881 x 10 <sup>-4</sup> in <sup>4</sup>	2.084 x 10 <sup>-4</sup> in <sup>4</sup>	2.084 x 10 <sup>-4</sup> in <sup>4</sup>
Jarak pivot	10.00 in		
Berat bantalan $W_2 = W_3$	0.0925 lbf		
Modulus Elastisitas (Material Aluminium)	10.3 x 10 <sup>6</sup> psi		
Berat jenis ( $\rho$ )	0.098 lbf/in <sup>3</sup>		

Tiga model pembagian elemen digunakan dalam kasus batang elastik berikut ini. Untuk batang yang diidealisasikan sebagai satu elemen beam, sehingga sistem mempunyai 9 derajat kebebasan, sedangkan untuk pembagian dua dan tiga elemen per batang, menghasilkan 18 dan 27 derajat kebebasan (lihat gambar 5)

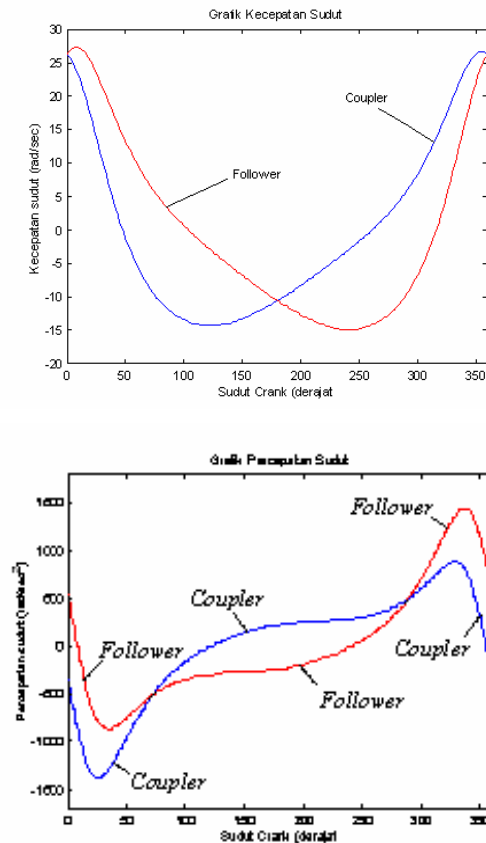
Analisis dilakukan dengan cara membuat program komputer, dalam hal ini dengan bahas pemrogram Matlab Versi 5.3.1, dimana listing program dapat dilihat pada bagian lampiran laporan penelitian ini.



Gambar 5 Tiga model pembagian elemen mekanisme empat batang



Hasil analisis ditampilkan dalam bentuk grafik-grafik hasil pemrogram tersebut. Gambar 6 menunjukkan grafik kecepatan dan percepatan sudut dari coupler dan follower sebagai fungsi dari kecepatan sudut crank 340 rpm (35.60 rad/sec).



Gambar 6. Grafik kecepatan dan percepatan sudut mekanisme empat batang

### UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan kepada Lembaga Penelitian Universitas Riau atas Dana Pengelolaan Penelitian Dik Suplemen (SPP/DPP) dengan No. Kontrak /J19.2./PG/2003, yang telah mendanai penelitian ini sampai selesai.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Holowenko, A.R., 1992, *Dinamika Permesinan*, Erlangga, Jakarta
- [2] Sandor, G., 1997, *Mechanism Design Vol. I & II*, Prentice Hall, New Jersey.
- [3] Norton, R., 1998, *Mechanism Design*, Prentice Hall, New Jersey.
- [4] Sigerlind, J., 1984, *Applied Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Canada.
- [5] Satrio Soemantri, Harsokoesoemo, D., 1998, *Diktat Kuliah Elemen Hingga*, ITB.
- [6] Dubbel, *Handbook of Mechanical Engineering*, Springer-Verlag, 1994

