BAB II . TINJAUAN PUSTAKA .

II .1. Landasan Teori .

Persamaan kurvature rataan dituliskan dalam bentuk :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \nabla u + \frac{\{D^2 u Du, Du\}}{1 + |Du|^2} = 0 \qquad \text{dalam} \quad R^N \times (0,+\infty),$$

dengan syarat awal $u_0 \in W^{1,\infty}_{loc}(R^N)$

Perumusan eksistensi solusinya pada syarat awal yang kontinu oleh **G.Barles , S.Biton dan O.Ley** (2001) dalam artikel yang berjudul *Perumusan ketunggalan untuk persamaan parabolik kuasi linear melalui metode penyelesaian merekat (viscosity solutions methods)* tanpa suatu syarat pertambahan pada u_0 yang pendekatannya sejalan dengan kasus persamaan panas yang pertambahan syarat awalnya mengikuti bentuk exponensial .

Suatu studi tentang ketunggalan solusi dari Ecker dan Huisken dikembangkan lagi dan dirancang untuk beberapa kondisi oleh **G.Barles , S.Biton dan O.Ley** (2002) dalam artikel yang berjudul *Suatu pendekatan Geometri pada studi penyelesaian tak terbatas dari persamaan parabolik kuasi linear*

Ketunggalan untuk syarat awal konvek tanpa suatu syarat pertambahan yang perumusannya ditunjukkan oleh **H. Brezis** (1984) dalam tulisannya yang berjudul *Persamaan Semi Linear dalam R^n Tanpa syarat di tak hingga* yang merupakan perluasan untuk konvek di tak hingga .

Kasus dari satu dimensi yang lengkap dianalisa oleh **Chow dan Kwong** (2001) dalam artikelnya yng berjudul *Persamaan parabolik Quasi Linear dengan penyelesaian global untuk data awal dengan pertambahan tak terbatas* .

Ketunggalan dan eksistensi solusi merekat dari generalisasi persamaan aliran kurvature rataan diteliti oleh **Chen , Giga dan Goto** (1991) yang menganalisa dan menyimpulkan bahwa ketunggalan solusi adalah merupakan aplikasi pada principle maksimum pada $u^+ - u^-$ dengan

Repository University Of Riau
PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS RIAU
http://repository.unri.ac.id/

menganalisa perilaku $u^+ - u^-$ untuk $|x| \to \infty$ dari suatu fungsi yang didefinisikan sebagai berikut :

$u^{\pm}(x,t) = \psi^{+}(|x|,t)$, *Maka untuk* suatu $T > 0$ dn $r_o \geq 1$, Terdapat $C = C(T)$

sedemikian hingga $\int_{r_0}^{+\infty} (\psi^+ - \psi^-)(r,t)dt \leq C$ untuk suatu $t \in [0,T]$

Selanjunya , jika $u(x,t) = \Psi(|x|,t)$ merupakan suatu solusi radial dari [1] , Maka fungsi Ψ merupakan solusi dari $\partial_\tau \psi - \frac{\partial^2_{\tau\tau}\psi}{1+(\partial_\tau \psi)^2} - (N-1)\frac{\partial_\tau \psi}{\tau} = 0$

dalam $\{0,+\infty\}$ x $\{0,+\infty\}$ dan ini membuktikan bahwa terdapat

$u^{g,+}(x,t) = u^{g,+}(|x|,t)$ dan $u^{g,-}(x,t) = u^{g,-}(|x|,t)$ [2.1]

sedemikian hingga untuk beberapa pelunakan solusi radial $u(x,t) = \varphi(|x|,t)$, terdapat

$\partial_r \varphi^{g,-} \leq \partial_r \varphi \leq \partial_r \varphi^{g,+}$ pada $(0,+\infty] \times (0,+\infty]$

Bukti dari hasil ini terletak pada perbandingan persamaan awal yang dipenuhi oleh $\psi = \partial_r \varphi$, yaitu untuk $R > 0$ dipenuhi oleh persamaan :

$$\partial t \psi - \partial^2_{rr}(\arctan \psi) - (N-1)\partial r\left(\frac{\psi}{r}\right) = 0 \text{ pada } (0,R) \times (0,T) \qquad [2.2]$$

Selanjutnya dengan menggunakan [2.1] , diperoleh hubungan $u^- = u^{g,+}$ dan $u^+ = u^{g,-}$ sehingga $u^* - u^-$ tidak mempunyai pertambahan/peningkatan (*non increasing*).

II .2. Materi Pendukung .

Eicker dan **Huisken** [1991] membuktikan eksistensi dari suatu solusi klasik $u \in C^\infty(\Re^N x(0,+\infty)) \cap C(\Re^N x[0,+\infty])$ dari persamaan kurvature rataan untuk grafik

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \Delta u + \frac{\langle D^2 u Du, Du \rangle}{1+|Du|^2} = 0 \text{ dalam } \Re^N x(0,+\infty) \qquad [2.3]$$

Repository University Of Riau
PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS RIAU
http://repository.unri.ac.id/

untuk data awal. $u_0 \in W^{1,\infty}_{loc}(\Re^N)$. Hasil yang diperoleh dapat diperluas pada data awal kontinu yang pengerjaannya tanpa pengembangan kondisi dalam u_0, Tujuan peneliti adalah untuk melakukan analisa pada ketunggalan konstruksi solusi **Eicker** dan **Huisken**. Permasalahan ini telah dijadikan materi pembahasan pada beberapa situasi: Ketunggalan untuk data awal cembung ditunjukkan tanpa kondisi pengembangan oleh **G.Barles** , **S. Biton** dan **O,Ley** [2002]. Hasil ini diperluas oleh **S.Biton , P.Gardaliaguet** dan **O.Ley** [2002] untuk data awal "cembung tak terhingga". Permasalahan dimensi secara lengkap dan independen diselesaikan oleh **Chou** dan **Kwong** [2001]. Hasil pada dimensi yang berubah-ubah diberikan **M.G.Grandall** dan **P,Lion** [1983] di bawah kondisi pengembangan pada gradien data awal.

Pada penelitian ini, akan dibuktikan bahwa hasil u_0 adalah radial:

- ***Teorema 1.1.***

Misalkan $u_o \in C(R^N)$ menjadi radial. Kemudian terdapat solusi sebuah solusi viskositas unik kontinu u untuk (1.1) dengan data awal u_0.

Selanjutnya, $u \in C^{\infty}(\Re^N x(0,+\infty)) \cap C(\Re^N x[0,+\infty])$ dan $u(.,t)$ adalah radial untuk $t \geq 0$.

Kasus umum masih terbuka dan Theorema 1.1 terlihat menjadi hasil positif pertama pada dimensi $N > 1$ untuk solusi yang dapat berosilasi secara tidak tetap pada tak hingga.

Eksistensi dan keunikan tenpa kondisi pengembangan sangatlah tidak biasa. Mari kita sebut bahwa untuk pengetahuan terbaik, bagian dari tipe persamaan [2.1]),Sebagaimana kita ketahui bahwa hanya sedikit sekali kasus yang dibahas untuk persaman difenrensial parsial parabolik;

Tingkatan pertama untuk persamaan Hamilton – Jacobi dimana satu persamaan memiliki sifat "kecepatan rambat terbatas" Hasil yang sama muncul karena adanya absorbsi , Meskipun lebih tertutup untuk situasi yang disebut sebagai persamaan difusi cepat (fast diffusion equation) $u_t = \Delta(u^m), 0 < m < 1[$] , yang secara murni berdifusi yang memberikan eksistensi tanpa keterbatasan pengembangan.

Repository University Of Riau
PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS RIAU
http://repository.unri.ac.id/

Sebaliknya, keadaan ini lebih berbeda dibandingkan dengan keadaan stasioner. Akan dikembangkan contoh persamaan stasioner yang berhubungan dnegan (1.1); Akan dibuktikan keunikan di bawah kondisi pengembangan eksponensial untuk solusi yang memberikan sebuah contoh ketidak tunggalan yang tidak memenuhi pengembangan terbatas ..

Salah satu motivasi dari penelitian ini dihubungkan pada evolusi yang dihasilkan oleh kurvature rataan pada permukaan. Hubungan tersebut muncul untuk menegaskan bahwa, untuk $t \geq 0$, bentuk Graph $\left(u(.,t)\right)$ solusi u pada (1.1) dapat dilihat sebagai hypersurface (melampaui permukaan) dari yang melibatkan pengaturan waktu dengan kecepatan normal yang sama dengan kurvature rataan. **G.Barles , S. Biton** dan **O.Ley** [2002] merumuskan ketunggalan untuk [1.1] adalah ekivalen dengan pengembangan evolusi yang dihasilkan dari Graph (u_0) yang didefinisikan melalui tingkatan bentuk pendekatan, **Chen, Giga dan Goto** [1991], Oleh karena itu, salah satu hasil dari Teorema 1. adalah bahwa *non-perbesaran (non-fattening) dari evolusi yang dihasilkan oleh kurvature ratan mulai dengan sebuah hiper-permukaan yang merupakan radial kontinu dari keseluruhan graph*

Untuk membuktikan Teorema 1. Pertama, kami menggunakan bentuk tingkat pendekatan untuk membuktikan bahwa, untuk beberapa data awal radial, solusi maksimal dan minimal untuk [2.3], perlu diingat bahwa u^* dan u_* adalah radial. Selanjutnya, ditinjau bahwa ketunggalan untuk data awal C^1 juga menerapkan ketunggalan untuk data awal kontinu, penyederhanaan (*simplification*) digunakan untuk membatasi pada data reguler.

Metode standar untuk memperoleh ketunggalan adalah dengan menerapkan prinsip maksimum pada $u^+ - u^-$, tetapi untuk melakukan hal yang sama, seseorang harus mengontrol perilaku dari $u^+ - u^-$ sebagai $|x| \to \infty$. Langkah pertama pada tujuan diberikan oleh perkiraan integral berikut ini: Tunjukan $\varphi^{\pm}$ sebagai fungsi yang didefinisikan oleh $u^{\pm}(x,t) = \varphi^{\pm}(|x|,t)$. Kemudian untuk $T > 0$ dan $r_0 \geq 1$, diperoleh $C = C(T)$ sedemikiah hingga

Repository University Of Riau
PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS RIAU
http://repository.unri.ac.id/

$$\int_{r_0}^{+\infty}\left(\varphi^{+}-\varphi^{-}\right)(r,t)\,dt \le C \text{ untuk } t\in[0,T]. \qquad [2.4]$$

Kemudian dibentuk solusi mulus radial dengan gradien eksternal. Untuk lebih jelasnya, jika $u(x,t)=\varphi(|x|,t)$ merupakan solusi radial dari [2.3], maka fungsi φ merupakan solusi dari

$$\partial_t\varphi-\frac{\partial^2_{rr}\varphi}{1+(\partial_r\varphi)^2}-(N-1)\frac{\partial_r\varphi}{r}=0 \text{ pada } (0,+\infty)\times(0,+\infty), \qquad [2.5]$$

dan dibuktikan bahwa terdapat $u^{g,+}(x,t)=u^{g,+}(|x|,t)$ dan $u^{g,-}(x,t)=u^{g,-}(|x|,t)$ sedemikian hingga untuk beberapa solusi mulus radial $u(x,t)=\varphi(|x|,t)$, terdapat batasan

$\partial_r\varphi^{g,-}\le\partial_r\varphi\le\partial_r\varphi^{g,+}$ pada $(0,+\infty]\times(0,+\infty]$

Bukti dari hasil ini terletak pada perbandingan argumen untuk persamaan yang dipenuhi oleh $\psi=\partial_r\varphi$, yaitu untuk $R>0$

$$\partial t\psi-\partial^2_{rr}(\arctan\psi)-(N-1)\partial r\left(\frac{\psi}{r}\right)=0 \text{ pada } (0,R)\times(0,T) \qquad [2.6]$$

perbandingan untuk [2.6] diperoleh dari penggunaan yang disebut dengan "dual method" (metode ganda), melalui formulasi yang didistribusikan dari persamaan diatas .

Kemudian, penggunaan [2.4], dengan argumen sederhana menunjukkan bahwa

$u^{-}=u^{g,-}$ dan $u^{+}=u^{g,-}$

Sehingga $u^{+}-u^{-}$ merupakan non-peningkatan (*nonincreasing*). Langkah terakhir terdiri dari penerapan prinsip standar maksimum pada $(0,+\infty]\times[0,T]$ untuk $T>0$ dan menunjukkan bahwa

$u^{+}\equiv u^{-}$

Repository University Of Riau
PERPUSTAKAAN UNIVERSITAS RIAU
http://repository.unri.ac.id/