

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. Latar Belakang

Konsep ruang metrik-2 pertama sekali dikemukakan oleh Gahler[1964] . Kemudian Iseki dan Gahler sendiri mengembangkan beberapa bentuk kewujudan titik tetap pada ruang metrik-2 yang kemudian banyak dikembangkan oleh penulis lainnya.

Bentuk-bentuk pengembangan teorma titik tetap, yang sebagian besar membahas ketunggalan titik tetap pada suatu pemetaan telah banyak dibahas oleh para ahli matematika. Misalnya untuk pemetaan yang tak mengembang [Iseki K, 1985], untuk pemetaan ruang metrik-2 yang lengkap dan terbatas [Pachpatta B G, 1988], untuk pemetaan orbital kontinu[pathak H K and Dubey R P, 1998], untuk pemetaan yang asymptotic regular [Cho Y L and Park S C, 1995] dan untuk pemetaan yang tak linear [Cho Y L, Huang N and Long X, 1999].

Dari beberapa penelitian terdahulu, penulis telah dapat menentukan beberapa bentuk pengembangan teorema titik tetap untuk ruang metrik-2 untuk satu, dua dan tiga buah pemetaan dengan berbagai bentuk dan variasinya yang diaplikasikan dalam ruang metrik-2 probabilistik.

Didalam teori probabilitas, untuk ruang probabilitik dapat dibentuk suatu barisan variabel random, yang konvergensinya perlu dianalisis, yang mana titik konvergensinya itu tidak lain adalah titik tetapnya. Maka berdasarkan hal diatas, penulis ingin sekali membahas titik tetap dari barisan pemetaan dengan berbagai kondisi, yang kalau

memungkinkan akan dicari aplikasinya dalam barisan variabel random pada ruang metrik-2 probabilistik.

## 1.2. Perumusan Masalah

Misalkan  $(X, \rho)$  adalah suatu ruang metrik-2. Kalau kita hanya mempunyai satu, dua ataupun tiga buah pemetaan dapat ditentukan berbagai persyaratan pada  $X$  atau pada pemetaan pada  $X$  tersebut, agar pemetaan tersebut mempunyai titik tetap yang tunggal. Kalau seandainya kita mempunyai barisan pemetaan  $\{T_n\}$  pada  $X$  dan kita tahu bahwa titik tetap yang tunggal dari barisan  $\{T_n\}$  sangat banyak aplikasinya. Maka perlu di kaji syarat apakah yang harus ditambahkan pada  $X$  dan syarat apa pula yang perlu diberikan pada  $\{T_n\}$  agar barisan  $\{T_n\}$  mempunyai titik tetap yang tunggal.

## 1.3. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan berbagai persyaratan pada ruang metrik-2  $(X, \rho)$  dan berbagai bentuk konstrain dari barisan  $\{T_n\}$  agar dapat ditentukan berbagai bentuk pengembangan teorema titik tetap untuk barisan pemetaan  $\{T_n\}$  pada ruang metrik-2  $(X, \rho)$ .

## 1.4. Kontribusi Penelitian

Dengan diperolehnya nanti hasil dari eksistensi titik tetap dari barisan pemetaan pada ruang metrik-2 ini, sangat diharapkan dapat digunakan untuk pengembangan beberapa bentuk eksistensi titik tetap dari barisan pemetaan variabel random dalam ruang metrik-2 probabilistik, yang mana titik tetap dari barisan pemetaan variabel random tersebut tidak lain adalah titik konvergensi dari barisan tersebut. Karena kalau  $X$  suatu

ruang bernorma-2, maka dapat dibentuk metrik-2 pada  $X$ . Maka dengan hasil yang diperoleh ini juga diharapkan dapat digunakan untuk memperkaya bentuk-bentuk eksistensi titik tetap dalam ruang bernorma-2, khususnya untuk pemetaan tak mengembang dalam ruang bernorma-2.

## 1.5. Metodologi

Untuk mencapai hasil yang diharapkan, akan dilakukan langkah-langkah analisis sebagai berikut:

1. Pilih  $x_0 \in X$  sebarang dan definisikan barisan  $\{x_n\}$  dengan  $x_n = T_n x_{n-1}$  untuk setiap  $n=1,2,3,\dots$
2. Modifikasi bentuk-bentuk ketaksamaan untuk  $\{T_n\}$  sehingga  $\{x_n\}$  merupakan barisan Cauchy.
3. Dengan memberikan syarat lengkap dan terbatas pada  $X$  sehingga barisan  $\{x_n\}$  konvergen ke suatu titik  $u \in X$ .
4. Tunjukkan bahwa  $u$  merupakan titik tetap dari  $T_n$  untuk setiap  $n = 0,1,2,3,\dots$
5. Kemudian tunjukkan bahwa  $u$  adalah tunggal.
6. Ulangi langkah ke 2 sampai ke 5 untuk bentuk ketaksamaan yang lain sehingga diperoleh beberapa bentuk ketaksamaan.
7. Robah-robah syarat yang diberikan kepada  $X$  dan ulangi lagi dari langkah 1 sampai langkah 5 sehingga diperoleh lagi bentuk pengembangan teorema titik tetap yang lain.