B A B I

PENDAHULUAN

1. Pendahuluan.

Gahler [1993] mengemukakan konsep ruang metrik-2 sebagai berikut, misalkan X suatu himpunan dan d fungsi bernilai real yang didefinisikan pada $XxXxX$. Maka d disebut metrik-2 pada X jika memenuhi syarat berikut

1. Untuk setiap $x, y \in X$ dengan $x \neq y$ terdapat $z \in X$ sehingga $d(x,y,z) \neq 0$.
2. $d(x,y,z) = 0$ Jika sekurang kurangnya dua dari x, y, z adalah sama.
3. $d(x,y,z) = d(x,z,y) = d(y,z,x)$.
4. $d(x,y,z) \leq d(x,y,w) + d(x,w,z) + d(w,y,z)$.

Pasangan terurut (X,d) disebut ruang metrik-2

Berdasarkan konsep ruang metrik-2 tersebut, Misiak [1985] mengembangkan menjadi ruang metrik-2. Kalau pada ruang metrik-2 saja secara umum sudah sulit sekali mendefinisikan konsep himpunan buka dan tutup apalagi untuk ruang metrik-n. Kenyataan yang ada sekarang sedikit sekali konsep-konsep yang ada pada ruang metrik biasa yang bisa diperumum pada ruang metrik-2 begitu juga untuk ruang metrik-n. Pengembangan konsep-konsep pada ruang metrik biasa ke dalam ruang metrik-2 lebih banyak hanya membicarakan tentang pengembangan titik tetap pada ruang metrik-2, seperti yang dibahas oleh Iseki [1975], Iseki et all [1982], Jungck[1986], Cho et all [1988, 95], Murthy el all [1992], Cho [1993], Mashadi [1999], Mashadi dan Abu Osman [1999].

Bila X merupakan ruang metrik-2 maka padanya senantiasa bisa dikontruksi ruang 2-norm. Maka pada ruang metrik-n juga senantiasa bisa dikontruksi padanya ruang norma-n. Pada penelitian terdahulu khusus untuk ruang norma-n berdimensi hingga Gunawan dan Mashadi [2000] telah dapat mengkontruksi norma-(n-1) dari ruang norma-n dan begitu seterusnya. Pada penelitian tersebut juga telah dapat dikontruk himpunan terbuka dan tertutup untuk ruang norma-n berserta dengan beberapa sifat-sifatnya. khususnya yang berhubungan dengan kekonvergenan dan titik tetap.

Berdasarkan hasil yang kami capai dalam mengkontruksi norma-(n-1) dari ruang norma-n, maka dengan menggunakan pola tersebut kami merasa sangat perlu sekali untuk mengkaji mengkontruksi metrik-(n-1) dari ruang metrik-n dan mengaplikasikannya dalam ruang hasil kali dalam-$2k$

2. Perumusan Masalah.

Kalau pada ruang norma-n berdimensi hingga kita bisa mengkontruksi norma-(n-1) padanya dan dengan menggunakan hasil tersebut kita dapat membahas beberapa konseplainnya yang ada pada ruang norma-n. Maka secara umum kita perlu mengkaji dan menganalisa bagaimana mengkontruksi kesetetaraan pada ruang hasil kali dalam $-2k$ serta menganalisa beberapa kesetaraan pada ruang bernorma-n. serta bagaimana hal ini bisa kita spesifikasikan lebih rinci pada ruang n-semimetrik agar supaya konsep-konsep yang ada pada ruang semimetrik bisa kita perumum pada ruang n-semimetrik dan n-way distance.

1.3. Tujuan Penelitian.

Adapun tujuan utama dari penelitian ini adalah menganalisa beberapa kesetaraan pada ruang hasil kali dalam-2k yang diperluas ke dalam kesetaraan pada ruang semimetrik-n dan akhirnya beberapa kesetaraan pada ruang bernorma-n.

1.4. Kontribusi Penelitian

Pada dasarnya penelitian ini adalah untuk memperluas kosep-konsep yang ada pada ruang metrik-n dan ruang n-semimetrik, kita dapat membahas kesetaraan yang ada pada ruang bernorma biasa atau pada ruang metrik biasa ke dalam ruang bernorma-n, maka kita dapat mengeneralisasi beberapa konsep topologi lainnya pada ruang bernorma-n atau ruang metrik-n.

1.5. Metodologi

Untuk mencapai hasil yang diinginkan dalam penelitian ini, maka akan dilakukan langkah-langkah analisis sebagai berikut.

1. Mengkontruksi hasil kali dalam-2k berdasarkan hasil kali dalam dan hasil kali dalam-2.

2. Menunjukkan bahwa ketaksamaan paralelogram pada ruang hasil kali dalam-2k berlaku $\|x+y\|_{2k}^{2k} + \|x-y\|_{2k}^{2k} = 2\sum_{i=0}^{k}\binom{2k}{2(k-i)}\left(\underbrace{x,\ldots,x}_{2i\ faktor},\underbrace{y,\ldots,y}_{2(k-i)\ faktor}\right)$

3. Menunjukkan bahwa ruang bernorm-2k adalah konveks seragam

4. Untuk ruang semi-metrik-n akan ditunjukkan Jika (E,d) dan (E,d') adalah *semi-metrik-n*, dan $a,b \in R^{+}$ maka $(E, ad+bd')$ adalah *semi-metrik-n.*

5. Mengkontruksi beberapa ekivalensi pada n-way distance dan (n-1)-way distance

6. Selanjutnya didefinisikan *norma*-(n-1) pada ruang bernorma-n seperti $\|.,\ldots,.\|_{\infty}$ $: X \times \ldots \times X \to R$ dengan $\|x_1,\ldots,x_{n-1}\|_{\infty} :=$ *maks* $\{ \|x_1,\ldots,x_{n-1}, e_i\| \; ; i = 1, 2, \ldots, n$ *adalah suatu norma*-(n-1) *pada* X.