Bab. I.

Pendahuluan

I.1. Latar Belakang.

Perkembangan matematika begitu cepat sesuai dengan perkembangan teknologi pada saat ini, salah satu bagian matematika yang tidak kalah penting nya adalah matematika dalam bidang aljabar yaitu aljabar Bolean dimana materi dalam aljabar Bolean ini banyak menyangkut tentang bilangan binari dan bilangan pecahan diskrit dan kontinu.

Aljabar Bolean ini banyak digunakan dalam perkembangan perangkat lunak komputer dimana untuk membuat logic dalam mengambil keputusan, dalam menganalisa modul baik modul matematika maupun modul diagram alur pada program komputer itu sendiri.

Menurut Ccoh, J.B, (1998). Membahas tentang bilangan pecahan kontinu yang ditulis dalam bentuk *F(a,b)* dengan a dan b bilangan real. Bila diambil pecahan *F(a,b)* dalam bentuk *F(0,1)* kemudian disusun suatu barisan dengan aturan tertentu untuk barisan tersebut dinamakan Barisan Farey, ditulis $F_0, F_1, \ldots, F_n$, dengan *n* barisan Farey.

Dalam penelitian ini akan diteliti bagaimana cara menentukan suku-suku dalam Barisan Farey dan juga akan menyelidiki kekonvergenan dari Barisan Farey pada pecahan kontinu *F(a,b)*.

I.2. Tujuan Penelitian.

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan :

1. Barisan Farey *F(a,b)* pada interval *(a,b)*.
2. Kekonvergenan pecahan kontinu *F(a,b)* pada Barisan Farey.

I.3. Kontribusi Penelitian.

Penelitian ini diharapkan dapat membantu pengembangan ilmu lain, terutama dalam bidang aljabar Bolean dan disamping itu dapat menunjang perkembangan piranti lunak dalam bidang komputer.

I.4. Perumusan Masalah.

Dalam penelitian akan dijelaskan pecahan kuntinu berbentuk *F(a,b)*, dengan $a,b \in R$. Selanjutnya dibentuk barisan Farey dari pecahan kontinu dan kemudian diselidiki kekonvergenan dari barisan Farey pada interval buka *(a,b)*.

I.5. Tinjauan pustaka.

Herdy, G.H (1993) mengemukakan barisan Farey dengan menulis bentuk pecahan farey $[{}^{a}/_{b}, {}^{c}/_{d}]$ dinamakan juga interval Farey selanjutnya barisan $F_0, F_1, \ldots, F_n$ dinamakan barisan Farey.

Kemudian Neren, I (1960) menulis pecahan Farey dalam teorema sebagai berikut :

Teorema . 1. Jika ${}^{a}/_{b}$ dan ${}^{c}/_{d}$ berturut-turut pecahan Farey pada barisan Farey ke *n* maka $|ac - bd| = 1$. Sedangkan median dari pasangan Farey ${}^{a}/_{b}$ dan ${}^{c}/_{d}$ dalam penjumlahan ditulis :

$$a/b \oplus c/d = \frac{a+c}{b+d}$$

Dari masalah median ini dilanjutkan teorema barisan Farey .

Teorema . 2. Jika $^a/_b$ dan $^c/_d$ merupakan pecahan dari barisan Farey, maka diantara semua pecahan rasional dengan nilai $\frac{a+c}{b+d}$ adalah tunggal dengan penyebut terkecil.

Beberapa aturan yang dikemukakan Herdy, G.H (1954) tentang median adalah :

a. Median merupakan bentuk terkecil dari pecahan .

b. $a/b \langle \frac{a+c}{b+d} \langle c/d$

c. $\left[a/b, \frac{a+c}{b+d}\right]$ dan $\left[\frac{a+c}{b+d}, c/d\right]$ merupakan interval Farey.

Pecahan kontinu ditulis dalam bentuk $[a_0, a_1, \ldots, a_n]$ dimana a_0 dan a_n bilangan bulat posotif dan $n>0$. Sehingga pecahan kontinu dapat ditulis :

$$[a_0, a_1, \ldots, a_n] = a_0 + \frac{1}{a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + \frac{1}{a_n}}.$$

Teorema . 3. Setiap pecahan kontinu terbatas, sebaliknya setiap bilangan rasional akan dinyatakan sebagai pecahan kontinu, adapun bilangan ditulis :

$$[a_0] = a_0$$

$$[a_0, a_1] = a_0 + \frac{1}{a_1}$$

$$[a_0, a_1, a_2] = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2}}$$

$$\vdots$$

$$[a_0, a_1, \cdots, a_n] = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2}} + \cdots + \cfrac{1}{a_{n-1} + \cfrac{1}{a_n}}$$

Selanjutnya menurut Scott, J.B (1998), bentuk pecahan kontinu dapat dihitung melalui teorema berikut ini :

Teorema . 4 . *F(a,b)* merupakan median $f_1 \oplus f_2$ dari f_1 dan f_2, jika

$f_1 \oplus f_2 \neq f_1 + f_2$ maka $F(a,b) = f_1 \oplus f_2$

I.6. Metodologi Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1. menghubungkan pecahan kontinu dengan barisan Farey dengan 2 teorema berikut ini.

   <u>Teoreme 1.</u>

   Konvergen dari pecahan kontinu $[a_0, a_1, \ldots, a_n] < [a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n]$ merupakan pecahan Farey terbatas.

   <u>Teorema 2.</u>

   Konvergen dari median pecahan $[a_0, a_1, \ldots, a_n] < [a_0, a_1, \ldots, a_n, a_{n+1}]$ adalah $[a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n, 1]$.

2. Selanjutnya ditentukan hubungan barisan Farey dan pecahan kontinu dengan 2 teorema berikut :

   Teorema 3.

   Konvergen $C_k = \frac{p_k}{g_k}$ untuk n_o memenuhi $c_0 < c_1 < c_4 < \ldots \leq n_0 \leq \ldots < c_5 < c_3 < c_1$ dengan barisan $\{c_{2k}\}$ akan bertambah dan barisan $\{c_{2k+1}\}$, akan berkurang dan $c_{2k} < c_{2j+1}$, $\forall_{j,k}$.