

MODEL *ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY* KETIKA TERJADI BARANG CACAT DAN KEKURANGAN STOK

Juliana Siregar^{1*}, Endang Lily², M. D. H. Gamal²

¹ Mahasiswa Program Studi S1 Matematika

² Dosen Jurusan Matematika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293), Indonesia

*julianasiregar@rocketmail.com

ABSTRACT

This paper discusses Economic Production Quantity (EPQ) model with defective items and shortage, which is a review from the article Krishnamoorthi & Panayappan [*International Journal of Management Science and Engineering Management* 7(3) (2012): 220-223]. EPQ model discussed is based on defective item condition when shortage is allowed. This model considers the cost incurred for meeting the demand and also considers the fixed time to place a product. Furthermore, a numerical example is given to explain the problem discussed.

Keywords: *EPQ model, defective item, shortage*

ABSTRAK

Pada artikel ini disajikan model *Economic Production Quantity* (EPQ) ketika terjadi barang cacat dan kekurangan stok, yang merupakan kajian ulang dari artikel Krishnamoorthi & Panayappan [*International Journal of Management Science and Engineering Management* 7(3) (2012): 220-223]. Model EPQ yang dibahas berdasarkan kondisi terjadinya barang cacat dan kekurangan stok dibenarkan. Model ini mempertimbangkan biaya yang dikeluarkan untuk memenuhi permintaan pelanggan dan mempertimbangkan waktu yang telah ditetapkan untuk melakukan produksi. Sebuah contoh numerik diberikan pada akhir pembahasan.

Kata kunci: *model EPQ, barang cacat, kekurangan stok*

1. PENDAHULUAN

Analisis persediaan adalah salah satu topik terkenal dalam manajemen perusahaan. Salah satu alasannya adalah bahwa hampir semua jenis perusahaan memiliki persediaan. Persediaan merupakan stok barang yang disimpan oleh suatu perusahaan untuk memenuhi permintaan pelanggan atas suatu barang [5, h. 364]. Permintaan pelanggan yang dimaksud dapat berupa kuantitas maupun kualitas barang.

Setiap perusahaan terkadang dihadapkan dalam kondisi stok yang belum tentu dapat memenuhi permintaan pelanggan. Ketika perusahaan mengalami kekurangan stok atau *shortage*, maka perusahaan akan menawarkan kepada pelanggan untuk menunggu atau tidak menunggu permintaan tersebut terpenuhi. Jika pelanggan mengatakan tidak bersedia menunggu pesanan, maka perusahaan akan mengalami kerugian dengan adanya biaya penjualan yang hilang atau *lost sales*. Sebaliknya, pelanggan yang bersedia untuk menunggu, maka perusahaan memungkinkan adanya biaya kekurangan stok dan permintaan pelanggan dipenuhi dengan cara pemesanan kembali atau *backorder*. *Backorder* dapat diartikan ketika suatu perusahaan tetap menjual barang meskipun barang sudah tidak ada lagi di gudang dimana tingkat stok nol [2, h. 258].

Salah satu cara untuk mengendalikan persediaan adalah dengan menggunakan model *Economic Production Quantity* atau yang disingkat dengan model EPQ. Model EPQ akan memberikan indikasi berapa persediaan barang yang harus diproduksi dan kapan produksi barang dilakukan, dengan tujuan meminimumkan total biaya [5, h. 367]. Dalam pengembangan model EPQ tidak selalu menghasilkan produksi barang sempurna, terdapat proporsi barang tidak sempurna atau disebut barang cacat.

Dalam artikel ini dibahas model EPQ dengan kondisi adanya barang cacat dan kekurangan stok. Tujuannya untuk meminimalkan biaya persediaan, dengan menggunakan asumsi yaitu barang cacat dibebankan biaya kualitas tanpa pengerjaan ulang, sehingga perusahaan tetap memenuhi permintaan pelanggan. Pembahasan dalam artikel ini adalah sebagian besar merujuk kepada artikel Krishnamoorthi dan Panayappan [1].

2. MODEL *ECONOMIC PRODUCTION QUANTITY* (EPQ) DENGAN KEKURANGAN STOK

Model EPQ digunakan untuk menyelesaikan model persediaan yang memproduksi sendiri dan terjadi kekurangan stok. Adapun tujuan dari model EPQ adalah menentukan jumlah setiap kali produksi sehingga total biaya dapat diminimumkan. Sebelum menguraikan model ini diberikan notasi sebagai berikut:

P := laju produksi dalam unit per unit waktu,

D := laju permintaan dalam unit per unit waktu,

T := waktu satu kali periode produksi,

Q^* := jumlah produksi optimal,

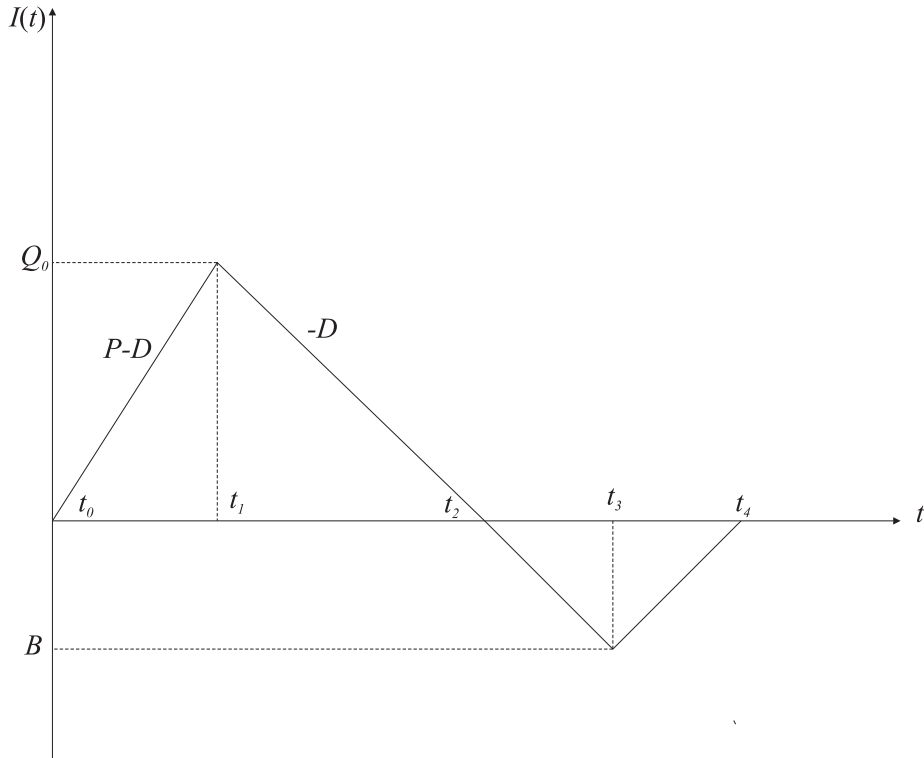
B^* := jumlah kekurangan stok optimal,

Δt_n := interval waktu antara $t_n - t_{n-1}$, ($n = 1, 2, \dots, n$),

Sebuah perusahaan melayani permintaan barang dengan rata-rata D unit per unit waktu, dan memproduksi barang dengan rata-rata P unit per unit waktu dengan asumsi $P > D$. Ditetapkan waktu awal pelayanan dan produksi sama di $t_0 = 0$ dan produksi berhenti di t_1 dengan tingkat persediaan Q_0 unit per satuan waktu, sedangkan permintaan masih berlangsung sampai dengan t_3 dengan asumsi di t_2 tingkat persediaan $Q_0 = 0$ atau habis yang berakibat terjadi kekurangan barang

antara waktu t_2 dan t_3 . Kekurangan barang ini ditimbun sampai pada waktu t_3 mencapai B unit per unit waktu. Dalam upaya memenuhi permintaan yang tertunda di awal t_3 perusahaan memproduksi barang tambahan dengan rata-rata P unit per unit waktu. Selanjutnya ditetapkan di waktu t_4 semua permintaan terpenuhi dan produksi berhenti dengan $B = 0$ [6, h. 871].

Model EPQ dengan kekurangan stok secara geometris diuraikan sebagai berikut:



Gambar 1: Model EPQ dengan kekurangan stok

Berdasarkan Gambar 1, maka diperoleh total biaya persediaan per satuan waktu yaitu

$$TC = \frac{1}{\Delta t} \left(C_0 + \frac{C_h Q_0^2 + C_s B^2}{2D(1 - \frac{D}{P})} \right). \quad (1)$$

Karena TC merupakan fungsi terhadap variabel Q dan B , maka dapat ditulis

$$TC(Q, B) = \frac{C_0 D}{Q} + \frac{C_h Q_0^2 + C_s B^2}{2Q(1 - \frac{D}{P})}. \quad (2)$$

Berdasarkan fungsi pada persamaan (2) diturunkan terhadap variabel Q dan B , maka diperoleh jumlah produksi optimal

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_0 D P (C_h + C_s)}{C_h C_s (P - D)}}, \quad (3)$$

dan jumlah kekurangan stok optimal

$$B^* = \sqrt{\frac{2C_0D(P-D)C_h}{C_sP(C_h+C_s)}}. \quad (4)$$

3. MODEL EPQ KETIKA TERJADI BARANG CACAT DAN KEKURANGAN STOK

Sebelum membahas model, berikut diperkenalkan notasi yang digunakan.

- D := laju permintaan dalam unit per unit waktu,
- d := laju barang cacat dari produksi reguler,
- P := laju produksi dalam unit per unit waktu,
- x := proporsi barang yang cacat (x diantara $0 - 0, 1$),
- C_p := biaya produksi per unit,
- C_q := biaya kualitas per unit,
- C_0 := biaya pengadaan,
- C_h := biaya penyimpanan per unit,
- C_s := biaya kekurangan per unit,
- Q^* := jumlah produksi optimal,
- Q_1 := tingkat persediaan.

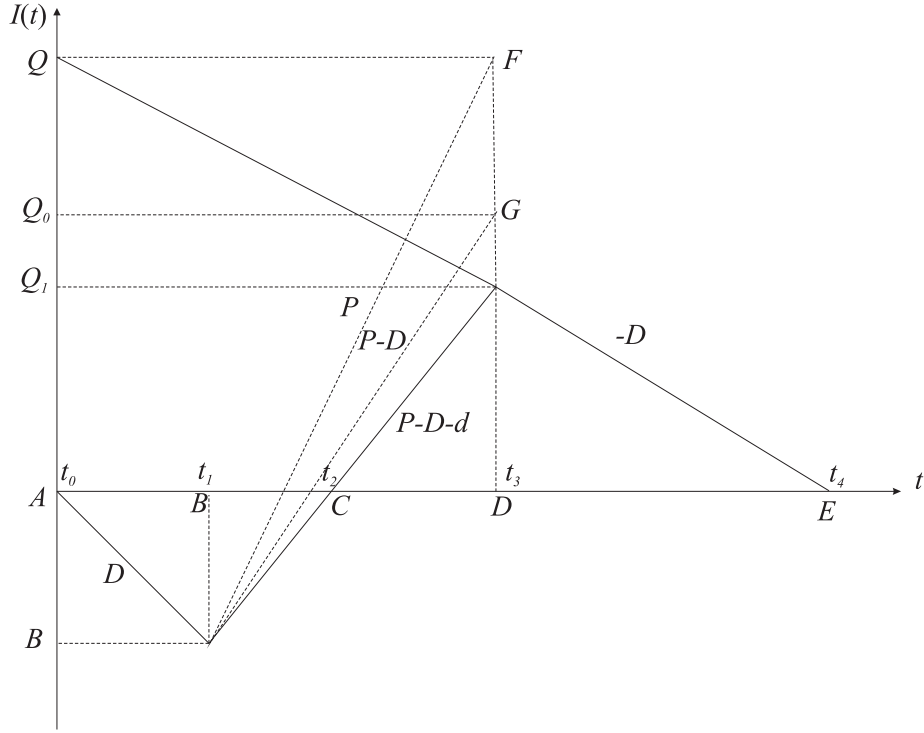
Model persediaan ini terbentuk karena adanya pelayanan permintaan dengan rata-rata D unit per unit waktu. Barang tersebut dipenuhi dengan memproduksi rata-rata P unit per unit waktu dengan syarat $P > D$. Selanjutnya secara khusus pada model persediaan ini diperhatikan rata-rata produksi diiringi adanya rata-rata barang cacat d unit per unit waktu. Jika $0 < x < 0, 1$ adalah proporsi barang cacat maka dapat ditulis rata-rata barang cacat

$$d = Px. \quad (5)$$

Interval waktu $t_0 - t_1$ terjadi kekurangan stok, sehingga diperoleh tingkat kekurangan stok $B = D\Delta t_1$. Kemudian di interval waktu $t_1 - t_2$ terjadi produksi untuk memenuhi kekurangan stok, sehingga diperoleh tingkat kekurangan stok $B = (P - D - d)\Delta t_2$. Selanjutnya, di interval waktu $t_2 - t_3$ terjadi produksi barang reguler, sehingga diperoleh tingkat persediaan $Q_1 = (P - D - d)\Delta t_3$. Akhirnya, di interval waktu $t_3 - t_4$ produksi berhenti dan permintaan terus berjalan, sehingga diperoleh tingkat persediaan $Q_1 = (D)\Delta t_4$.

Oleh karena itu, waktu produksi untuk satu periode produksi adalah

$$\begin{aligned} T &= \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4 \\ &= \frac{B}{D} + \frac{B}{P - D - d} + \frac{Q_1}{P - D - d} + \frac{Q_1}{D} \\ T &= \frac{Q}{D}(1 - x). \end{aligned} \quad (6)$$



Gambar 2: Model EPQ ketika terjadi barang cacat dan kekurangan stok [1]

Komponen biaya yang dibutuhkan adalah biaya pengadaan (TC_0), biaya kualitas (TC_q), biaya produksi (TC_p), biaya penyimpanan (TC_h), dan biaya kekurangan (TC_s) dalam satu periode adalah

$$\begin{aligned}
 TC &= TC_0 + TC_q + TC_p + TC_h + TC_s \\
 TC &= \frac{DC_0}{Q(1-x)} + \frac{DxC_q}{1-x} + \frac{DC_p}{Q(1-x)} + \frac{C_h Q(P-D-d)}{2P} \\
 &\quad + \frac{C_h P B^2}{2Q(P-D-d)} - BC_h + \frac{C_s P B^2}{2Q(P-D-d)}. \tag{7}
 \end{aligned}$$

Karena TC merupakan fungsi terhadap variabel Q dan B , maka persamaan (7) dapat ditulis

$$\begin{aligned}
 TC(Q, B) &= \frac{DC_0}{Q(1-x)} + \frac{DxC_q}{1-x} + \frac{DC_p}{Q(1-x)} + \frac{C_h Q(P-D-d)}{2P} \\
 &\quad + \frac{C_h P B^2}{2Q(P-D-d)} - BC_h + \frac{C_s P B^2}{2Q(P-D-d)}. \tag{8}
 \end{aligned}$$

Setiap perusahaan selalu mempertimbangkan keuntungan maksimal, keuntungan dicapai apabila total biaya persediaan minimum. Oleh karena itu, untuk memperoleh total biaya persediaan minimum, maka jumlah barang produksi dan jumlah

kekurangan barang harus optimal. Oleh karena itu, berlaku

$$\frac{\partial}{\partial Q}TC(Q, B) = 0, \quad (9)$$

dan

$$\frac{\partial}{\partial B}TC(Q, B) = 0. \quad (10)$$

Berdasarkan fungsi persamaan (8), diperoleh jumlah produksi optimal dan jumlah kekurangan stok.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2PDC_0(C_h + C_s)}{C_h C_s (P - D - d)(1 - x)}}. \quad (11)$$

dengan jumlah kekurangan stok

$$B = \frac{C_h Q (P - D - d)}{P(C_h + C_s)}. \quad (12)$$

Pada artikel ini, dibahas determinan matriks Hessian untuk 2 variabel, yaitu Q^* dan B . Untuk mengetahui bahwa Q pada persamaan (11) dan B pada persamaan (12) dapat meminimumkan TC pada persamaan (8), dilakukan uji turunan kedua terhadap Q^* dan B . Determinan matriks Hessian untuk variabel Q^* dan B [4, h. 274] sebagai berikut:

$$|TC| = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 TC}{\partial B^2} & \frac{\partial^2 TC}{\partial B \partial Q} \\ \frac{\partial^2 TC}{\partial Q \partial B} & \frac{\partial^2 TC}{\partial Q^2} \end{vmatrix}$$

Berdasarkan turunan kedua, diperoleh $t_{c11} > 0$ dan $|TC| > 0$ adalah definit positif. Oleh karena itu, maka Q^* dan B dapat meminimumkan TC secara umum.

4. CONTOH NUMERIK

Menurut informasi dari salah satu pegawai toko Roti Boy. Toko Roti Boy cabang Pekanbaru telah terkenal dengan produksi roti tersegarnya, sehingga masalah penjualan sangatlah esensial. Permintaan sehari-hari untuk roti segarnya adalah 900 potong roti. Roti segar ini, memerlukan waktu untuk proses adonan mengembang sebelum siap dipanggang dalam oven. Pemilik toko tertarik untuk menentukan kapan mulai memproduksi roti dan berapa potong roti yang harus diproduksi untuk setiap harinya. Beberapa biaya yang harus dipertimbangkan adalah:

1. Setiap hari diproduksi roti, diperlukan biaya pengadaan Rp5000.
2. Biaya produksi roti atau tidak termasuk biaya pengadaan adalah Rp2000.
3. Produksi roti dalam jumlah yang besar menyebabkan jumlah persediaan juga besar. Perkiraan biaya penyimpanan satu potong roti dalam persediaan adalah Rp200 per hari. Biaya ini termasuk biaya modal yang tertanam di dalam persediaan. Oleh karena uang yang tertanam dalam persediaan tidak bisa digunakan secara produktif, biaya ini berupa keuntungan yang hilang sebab alternatif penggunaan yang menyangkut modal harus hilang.
4. Kebijakan perusahaan mencegah agar perencanaan terhadap segala bahan yang diperlukan tidak mengalami kekurangan. Akan tetapi, karena toko ini sangat diminati, para pelanggan bersedia antri. Oleh karena itu, kekurangan bisa terjadi dan diperkirakan bahwa satu potong roti tidak tersedia ketika diperlukan, maka ditaksir biaya Rp300 per hari. Biaya kekurangan ini meliputi biaya hilangnya minat pelanggan karena antri menunggu.
5. Sebenarnya toko mampu memproduksi 1000 potong roti. Akan tetapi, kebijakan toko untuk tidak mengalami kekurangan tidak cukup, karena ketika produksi roti terdapat beberapa adonan yang proses pengembangannya tidak sempurna. Kerusakan adonan ini, mempengaruhi kualitas roti. Toko harus memberi pelayanan terbaik, sehingga roti yang kualitasnya tidak bagus tidak dipasarkan. Oleh karena itu, pemilik toko menaksir biaya kualitas Rp100 per potong roti setiap kali adonan tidak sempurna mengembang. Biaya ini merupakan biaya kerugian atau keuntungan yang hilang.
6. Karena terdapat beberapa roti yang kualitasnya tidak bagus, sehingga ditetapkan proporsi yang cacat antara 0,01 sampai 0,1.

Diketahui $D = 900$ potong roti per hari, $P = 1000$ potong roti per hari, $C_0 = 5000$, $C_h = 200$ per potong roti, $C_s = 300$ per potong roti, $C_p = 3000$ per potong roti, dan $C_q = 100$ per potong roti.

Dengan C_s , C_h , C_p , C_q dan C_0 dalam rupiah. Karena x adalah proporsi barang cacat, maka nilai x akan berupa interval [3, h. 173] yaitu:

$$0 \leq x \leq 1 - \frac{D}{P}$$

$$0 \leq x \leq 1 - \frac{900}{1000}$$

$$0 \leq x \leq 1 - 0,9$$

$$0 \leq x \leq 0,1.$$

Karena kasus ini mempunyai interval proporsi barang cacat, sehingga dalam menentukan biaya dan jumlah produksi optimal disajikan dalam bentuk Tabel 1. Berdasarkan Tabel 1, ketika proporsi barang cacat bernilai semakin besar, maka total biaya persediaan semakin mahal.

Tabel 1: Variasi laju barang cacat dan total biaya

x	Q	T	TC_0	TC_p	TC_h	TC_s	TC_q	TC
0.010	917.47	1.01	4954.34	2727272.73	2972.60	1981.73	909.09	2738090.49
0.015	946.46	1.04	4826.95	2741116.75	2896.17	1930.78	1370.56	2752141.22
0.020	978.08	1.07	4694.76	2755102.04	2816.86	1877.91	1836.73	2766328.31
0.025	1012.74	1.10	4557.33	2769230.77	2734.40	1822.93	2307.69	2780653.12
0.030	1050.98	1.13	4414.13	2783505.15	2648.48	1765.65	2783.51	2795116.92
0.035	1093.48	1.17	4264.57	2797927.46	2558.74	1705.83	3264.25	2809720.84
0.040	1141.09	1.22	4107.92	2812500.00	2464.75	1643.17	3750.00	2824465.84
0.045	1194.94	1.27	3943.32	2827225.13	2365.99	1577.33	4240.84	2839352.60
0.050	1256.56	1.33	3769.69	2842105.26	2261.81	1507.87	4736.84	2854381.48
0.055	1328.03	1.39	3585.69	2857142.86	5976.14	1434.27	5238.10	2873377.06
0.060	1412.33	1.48	3389.60	2872340.43	5649.33	1355.84	5744.68	2888479.87
0.065	1513.88	1.57	3179.14	2887700.53	5298.57	1271.66	6256.68	2903706.59
0.070	1639.56	1.69	2951.22	2903225.81	4918.69	1180.49	6774.19	2919050.40
0.075	1800.90	1.85	2701.35	2918918.92	4502.25	1080.54	7297.30	2934500.36
0.080	2018.93	2.06	2422.72	2934782.61	4037.86	969.09	7826.09	2950038.37
0.085	2337.62	2.38	2103.86	2950819.67	3506.43	841.54	8360.66	2965632.17
0.090	2870.85	2.90	1722.51	2967032.97	2870.85	689.00	8901.10	2981216.42
0.095	910.78	0.92	5459.48	2983425.41	163.94	109.29	9447.51	2998605.64
0.1	913.33	0.91	5474.49	3000000.00	91.33	0.00	10000.00	3015565.82

Tabel 1 dapat dilihat hubungan antara biaya-biaya. Biaya pengadaan, biaya penyimpanan, dan biaya kekurangan stok berbanding terbalik dengan biaya produksi dan biaya kualitas. Hal ini dipengaruhi oleh jumlah barang cacat, tingkat kekurangan dan jumlah produksi optimal. Selain itu, Tabel 1 memperlihatkan bahwa hubungan antara proporsi barang cacat dan biaya total persediaan adalah berbanding lurus.

Tabel 1 memperlihatkan bahwa proporsi barang sangat mempengaruhi total biaya persediaan yang dikeluarkan oleh toko Roti Boy. Ketika proporsi barang cacat atau x sebesar 0,010 dibutuhkan produksi roti sebanyak 917 potong roti dengan waktu selama 1,01 hari, sehingga total biaya persediaan yang dikeluarkan sebesar Rp2.738.090,49. Sedangkan, ketika proporsi barang cacat atau x sebesar 0,050 dibutuhkan produksi roti sebanyak 1256 potong roti selama waktu 1,33 hari, sehingga total biaya persediaan yang dikeluarkan sebesar Rp2.854.381,48. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa ketika proporsi barang cacat di toko Roti Boy semakin meningkat, maka total biaya persediaan yang dikeluarkan pengusaha toko juga semakin mahal. Tafsiran biaya oleh pengusaha toko Roti Boy sebelum produksi roti mempengaruhi jumlah produksi optimal dan kapan waktu produksi. Kemudian jumlah produksi dan kapan waktu produksi juga mempengaruhi total biaya persediaan. Apabila masalah ini terus terjadi, maka toko Roti Boy bisa mengalami kerugian. Supaya total biaya persediaan yang dikeluarkan perusahaan tidak semakin mahal dan perusahaan tidak mengalami kerugian diperlukan kebijakan baru untuk mengurangi proporsi barang cacat.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] C. Krisnamoorthi & S. Panayappan. 2012. An EPQ Model with Reworking of Imperfect Production Items and Shortages. *International Journal of Management Science and Engineering Management* 7(3):220-223.
- [2] Hillier, F. S. & G. J. Lieberman. 1995. *Pengantar Riset Operasi edisi kelima: Jilid 1*. Terj. dari *Introduction to Operation Research, Fifth Edition*, oleh Gunawan, E.& A. W. Mulia. Penerbit Erlangga, Jakarta.
- [3] Hines, W. W. & G. C. Montgomery. 1990. *Probabilita dan Statistik dalam Ilmu Rekayasa dan Managemen: Edisi Kedua*. Terj. dari *Probability and Statistics in Engineering and Management Science*, oleh Rudiansyah. UI-PRESS. Jakarta.
- [4] Kevin, W. & Chiang, A. C. 2006. *Dasar-dasar Matematika Ekonomi*. Edisi keempat jilid 1. Penerbit Erlangga, Jakarta.
- [5] Taylor, W. B. 2008. *Sains Manajemen edisi kedelapan: Jilid 2*. Terj. dari *Introduction to Management Sciences, Eighth Edition*, oleh Silvira, Vita. Penerbit Salemba Empat, Jakarta.
- [6] Winston, W. L. 1991. *Operations Research: Applications and Algorithms*. PWS KENT Publishing Company, Belmont, California.