

APLIKASI SIMULASI MONTE CARLO DAN METODE PERT/CPM PADA JARINGAN KERJA: SEBUAH KAJIAN SURVEI

M. D. H. Gamal¹⁾ dan Erni Pratiwi

Jurusan Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Riau, Pekanbaru 28293

¹⁾mdhgamal@unri.ac.id

Abstrak

Artikel ini membahas optimisasi penjadwalan proyek pembuatan kapal menggunakan simulasi Monte Carlo dan metode PERT/CPM. Kedua Metode ini menggunakan jaringan kerja untuk memudahkan penjadwalan proyek. Hasil komputasi menunjukkan bahwa penjadwalan proyek menggunakan simulasi Monte Carlo lebih baik daripada metode PERT/CPM.

Kata kunci: Jaringan kerja, metode PERT/CPM, simulasi Monte Carlo

1. PENDAHULUAN

Seiring perkembangan zaman, sangat diperlukannya penggunaan waktu yang efisien dan efektif. Di dalam sebuah perencanaan proyek, waktu pengerjaan merupakan suatu hal yang harus sangat diperhatikan. Ganame dan Chaudhari [3] mengutarakan bahwa suatu proyek diharapkan akan selesai dalam jangka waktu tertentu tanpa ada penundaan. Jika penyelesaian aktivitas proyek tertunda, maka akan mengakibatkan terjadinya keterlambatan penyelesaian proyek. Hal ini akan menyebabkan meningkatnya biaya proyek serta kemungkinan kontraktor harus menghadapi hukuman. Sangatlah penting bagi seorang kontraktor untuk mengikuti jadwal proyek yang telah dirancang.

Wuliang dan Hua [10] menjelaskan bahwa dalam sebuah manajemen proyek, tahap perencanaan dan pengendalian proyek merupakan persoalan paling utama yang harus diperhatikan. Penjadwalan proyek sangat menentukan waktu penyelesaian proyek, kinerja ekonomi proyek, tingkat keuntungan dan reputasi perusahaan. *Plan Evaluation Review Technology* (PERT) dan *Critical Path Method* (CPM) merupakan dua alat yang sangat populer dalam menentukan penjadwalan proyek.

Catwal [1] menjelaskan bahwa metode PERT dan CPM merupakan teknik yang dapat digunakan untuk merencanakan penjadwalan, menentukan anggaran dan mengendalikan berbagai aktivitas yang terkait dengan proyek penjadwalan. Di dalam Winston dan Albright [9, h. 863] dijelaskan bahwa metode CPM digunakan ketika durasi dari setiap rangkaian aktivitas proyek diketahui secara pasti, sedangkan metode PERT digunakan ketika terjadinya ketidakpastian durasi pada aktivitas proyek.

Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 445] diterangkan bahwa teknik simulasi telah lama menjadi alat penting dari proses rancangan. Simulasi di dalam riset operasi berkaitan dengan pengembangan rancangan atau prosedur operasi untuk beberapa sistem stokastik. Model yang dihasilkan dari sistem simulasi ini merupakan peristiwa secara acak dengan probabilitas keberhasilannya.

Wuliang dan Hua [10] mengutarakan bahwa simulasi Monte Carlo adalah kelas yang luas dari algoritma komputasi yang mengandalkan bilangan sampel acak untuk memperoleh hasil numerik. Metode Monte Carlo sering digunakan dalam masalah fisika dan matematika. Metode Monte Carlo sering digunakan dalam tiga kelas masalah yang berbeda yaitu optimasi, integrasi numerik dan generasi dari distribusi probabilitas. Saat ini, alat-alat dan teknologi untuk penjadwalan proyek sudah populer dan dapat diterima. Hal ini merupakan dasar untuk

menerapkan teori-teori yang terkait dalam manajemen proyek, untuk mempromosikan penerapan metode Monte Carlo dalam manajemen proyek.

Oktavera dan Saraswati [4] menjelaskan bahwa simulasi Monte Carlo banyak digunakan dalam masalah statistik dimana solusi analitis tidak membawa hasil, risiko penilaian yang berkaitan dengan dampak lingkungan, biaya dan rekayasa. Simulasi Monte Carlo menggunakan sampel acak dari peluang masing-masing variabel aktivitas.

Di dalam Roy [5, h. 33] dijelaskan bahwa meskipun simulasi Monte Carlo merupakan sebuah metode yang sangat bermanfaat untuk diaplikasikan dalam bidang manajemen proyek, namun di dalam prakteknya metode ini belum banyak digunakan oleh para manajer proyek, kecuali disyaratkan oleh organisasi atau perusahaannya. Alasan utama simulasi Monte Carlo jarang digunakan oleh kebanyakan manajer proyek adalah kurangnya pemahaman terhadap metode Monte Carlo dan statistik. Manajer proyek umumnya menganggap penggunaan metode ini sebagai beban terhadap organisasi atau perusahaannya.

Pada artikel ini penulis memaparkan penyelesaian penjadwalan proyek pembuatan kapal bermuatan 50 ton yang diproduksi oleh perusahaan Galangan Citra Bersama, dengan menggunakan simulasi Monte Carlo dan metode PERT/CPM. Metode PERT/CPM digunakan untuk menentukan probabilitas durasi setiap aktivitas dan mengetahui lamanya durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan berdasarkan durasi lintasan kritis (LK). LK merupakan lintasan terpanjang dari alur jaringan kerja suatu proyek. Berdasarkan probabilitas keberhasilan penyelesaian proyek dari kedua metode ini, akan dilihat metode mana yang lebih baik, guna membantu manajer proyek dalam menyelesaikan masalah penjadwalan proyek dengan mudah.

2. METODE PERT/CPM

Di dalam Taha [7, h. 293] diuraikan bahwa parameter PERT merupakan taksiran-taksiran durasi yang digunakan untuk setiap aktivitas, hal ini dikarenakan durasi penyelesaian aktivitas tidak dapat diketahui secara pasti, sehingga terdapat tiga jenis taksiran durasi yang digunakan oleh PERT. Untuk setiap aktivitas PERT mengharuskan manajer proyek memperkirakan tiga durasi sebagai berikut:

- i. m yaitu perkiraan durasi yang paling mungkin.
- ii. a yaitu perkiraan durasi pada kondisi yang paling menguntungkan.
- iii. b yaitu perkiraan durasi pada kondisi paling tidak menguntungkan.

Di dalam Winston [8, h. 472] diterangkan bahwa nilai harapan t_e dan variansi σ dari setiap aktivitas proyek, dapat dinyatakan dengan rumus berikut:

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6}, \quad (1)$$

dan

$$\sigma = \left[\frac{b - a}{6} \right]^2. \quad (2)$$

Di dalam Winston [8, h. 472] dijelaskan bahwa PERT membutuhkan asumsi bahwa durasi dari semua aktivitas independen. LK memiliki lama durasi dan variansi yang dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{Durasi LK} = \sum_{i_e \in \text{LK}} \mu_{i_e}, \quad (3)$$

dan

$$\text{Variansi LK} = \sum_{t_e \in \text{LK}} \sigma_{t_e}. \quad (4)$$

Setelah memperoleh t_e dari seluruh aktivitas, dilakukan analisis penjadwalan dengan menggunakan metode CPM, yaitu menentukan durasi proyek secara keseluruhan berdasarkan LK. Untuk mengetahui LK suatu proyek diperlukan penjadwalan aktivitas proyek. Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 477] dijelaskan bahwa penjadwalan aktivitas proyek dilakukan untuk mengetahui kapan waktu memulai pengerjaan suatu aktivitas paling cepat (ES) dan waktu selesai pengerjaan paling cepat (EF), serta waktu memulai pengerjaan suatu aktivitas paling lama (LS) dan waktu selesai pengerjaan paling lama (LF).

Perhitungan EF dan ES dilakukan dari aktivitas pertama. Jika ES dari aktivitas pertama sama dengan nol, maka EF dan ES dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$EF = ES + \text{durasi dari aktivitas}, \quad (5)$$

dan

$$ES = EF \text{ terbesar dari aktivitas pendahulunya}. \quad (6)$$

Untuk perhitungan LS dan LF dilakukan dari aktivitas terakhir. Jika LF aktivitas terakhir sama dengan EF aktivitas terakhir, maka LS dan LF dapat ditentukan dengan rumus

$$LS = LF - \text{durasi dari aktivitas}, \quad (7)$$

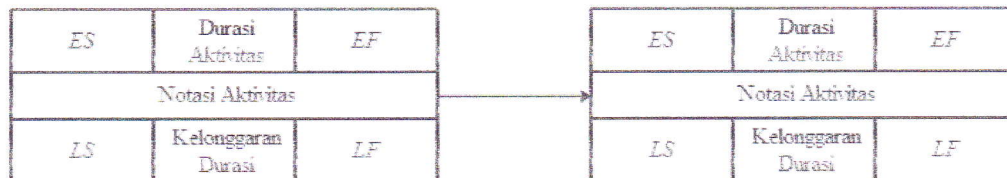
dan

$$LF = LS \text{ terkecil dari aktivitas sesudahnya}. \quad (8)$$

LK pada metode CPM dapat dilihat dari kelonggaran durasi dari setiap aktivitas proyek. Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 477] dijelaskan bahwa mengidentifikasi kelonggaran durasi dalam penjadwalan ini bertujuan untuk mengetahui aktivitas mana saja yang dalam waktu pengerjaannya dapat terlambat dalam durasi tertentu, tetapi tidak menunda penyelesaian proyek secara keseluruhan. Jika kelonggaran durasi dari suatu aktivitas sama dengan nol, maka aktivitas tersebut merupakan aktivitas kritis, yaitu aktivitas yang berada dalam LK. Kelonggaran durasi setiap aktivitas proyek dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Kelonggaran durasi} = LF - EF = LS - ES. \quad (9)$$

Di dalam suatu jaringan kerja untuk memudahkan seorang manajer melihat t_e , ES , EF , LS , LF dan kelonggaran durasi dari setiap aktivitas, digunakanlah notasi jaringan kerja seperti pada Gambar 1.



Gambar 1: Jaringan kerja penjadwalan aktivitas

Misalkan seorang manajer menginginkan penyelesaian proyek lebih cepat dari waktu penyelesaian proyek normal maka akan dilakukan *crashing* proyek. Shanmugasundaram dan Kumar [6] menjelaskan bahwa *crashing* proyek adalah metode yang digunakan untuk mempersingkat durasi proyek dengan cara mengurangi durasi aktivitas kritis. *Crashing* proyek mengacu pada mengambil langkah-langkah khusus yang memerlukan biaya lebih mahal dengan tujuan untuk mengurangi panjangnya durasi penyelesaian suatu proyek. Di dalam Hillier dan Lieberman [2, h. 491] disebutkan bahwa jika T didefinisikan sebagai sembarang durasi yang berkaitan dengan durasi penyelesaian sebuah proyek, maka probabilitas keberhasilan dari T berdasarkan distribusi normal dapat ditentukan dengan rumus

$$Z = \frac{T - \mu_t}{\sqrt{\sigma_t}} \quad (10)$$

3. TEORI SIMULASI MONTE CARLO

Di dalam Taha [7, h. 605] diterangkan bahwa salah satu simulasi dengan teknik Monte Carlo merupakan bentuk pemodelan yang memperkitakan stokastik dari parameter deterministik berdasarkan sampel acak. Di dalam Winston [8, h. 1165] diterangkan bahwa bilangan acak didefinisikan sebagai sampel acak independen, yang diambil dari distribusi seragam yang fungsi kepadatan probabilitas (*pdf*) diberikan oleh

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{untuk } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{untuk yang lainnya} \end{cases}$$

Langkah-langkah dalam melakukan perhitungan simulasi Monte Carlo untuk optimisasi penjadwalan proyek dapat dilakukan sebagai berikut:

Langkah 1. Menentukan banyaknya iterasi yang akan dilakukan. Simulasi Monte Carlo dapat memprediksi kesalahan (*error*) dari simulasi terhadap jumlah iterasinya. Jika jumlah iterasi sebesar n dan standar deviasi σ , maka total *error* dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$\varepsilon = \frac{3\sigma}{\sqrt{n}}$$

σ dihitung berdasarkan seluruh anggota yang terdapat di dalam simulasi. Jika x merupakan anggota simulasi dan k banyaknya anggota simulasi, maka σ dapat ditentukan dengan rumus sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{k}} \quad (11)$$

Jika diinginkan nilai *absolute error* yang kurang dari 2%, maka nilai tersebut diperoleh dengan menggunakan rumus

$$\varepsilon = \frac{\bar{x}}{\left(\frac{1}{0,02}\right)} \quad (12)$$

Sehingga jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mendapatkan hasil *error* yang kurang dari 2% dapat ditentukan dengan rumus

$$n = \left(\frac{3\sigma}{\varepsilon} \right)^2 \quad (13)$$

Langkah 2. Menentukan nilai durasi maksimum dan durasi minimum dari setiap aktivitas.

Langkah 3. Membangkitkan bilangan acak dengan menggunakan fungsi = ()*RAND* pada *Microsoft Excel*.

Langkah 4. Melakukan iterasi pada setiap aktivitasnya dengan menggunakan formula = ()*RAND* * (durasi maksimum-durasi minimum) + durasi minimum.

Langkah 5. Melakukan uji *Data Analysis* pada *Microsoft Excel* untuk melihat probabilitas keberhasilan dari setiap kemungkinan durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan.

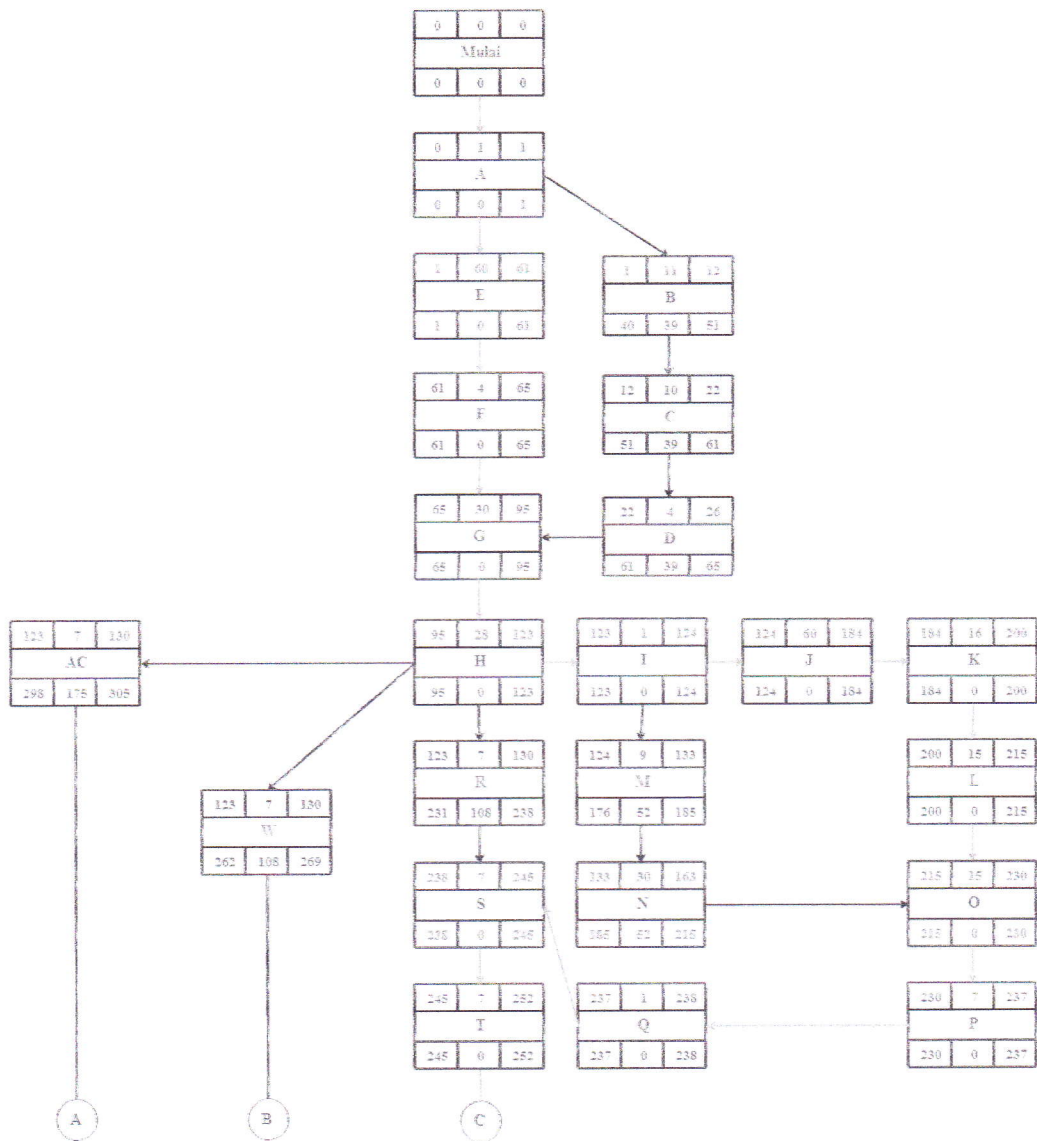
4. PERHITUNGAN OPTIMISASI PENJADWALAN PROYEK DENGAN SIMULASI MONTE CARLO

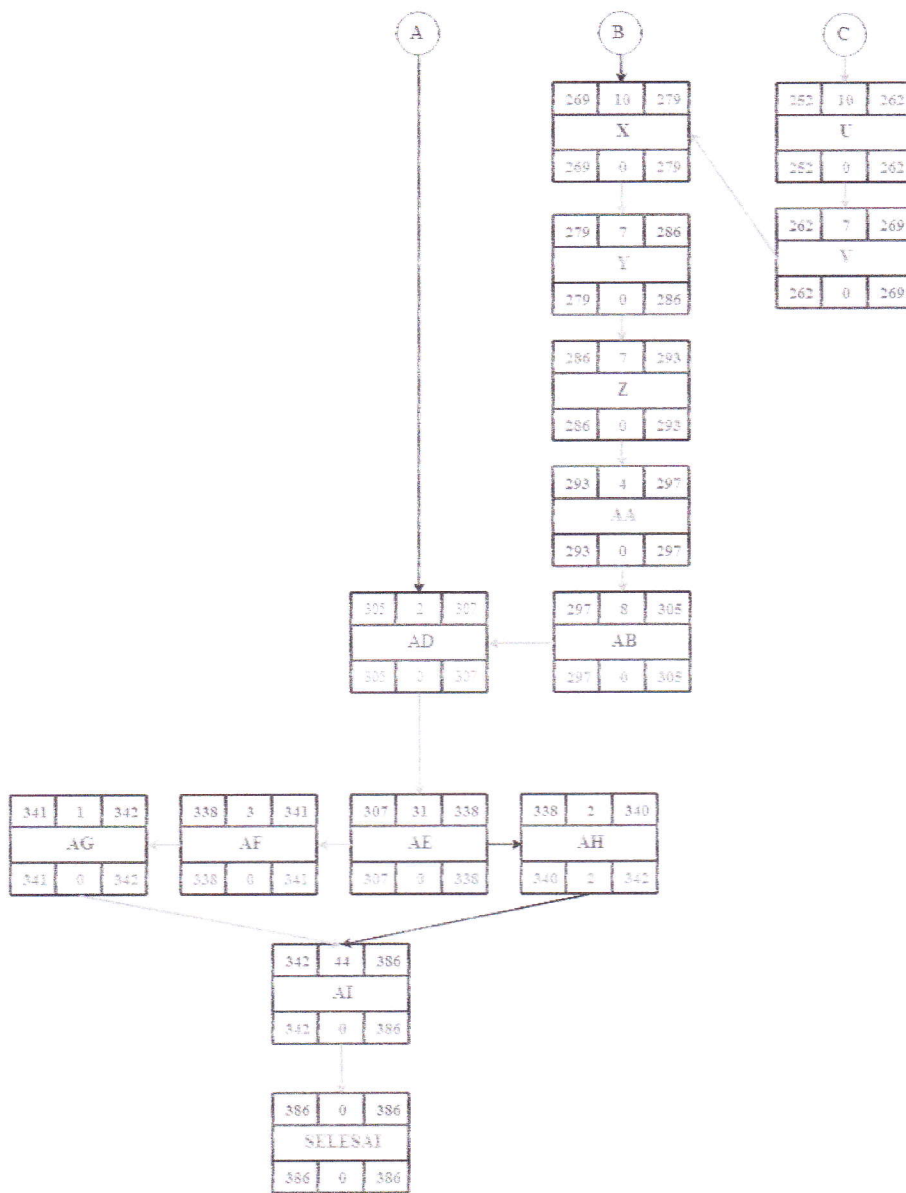
Aktivitas-aktivitas yang dilakukan ketika memproduksi kapal kayu bermuatan 50 ton serta notasi yang digunakan, dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1: Aktivitas-aktivitas produksi kapal kayu bermuatan 50 ton

Nama Aktivitas	Notasi	Nama Aktivitas	Notasi
Membuat kontrak pemesanan	A	Pemasangan galang dek	S
Pemesanan lunas, sauk dan stantiup	B	Pemasangan lepe-lepe	T
Penegakan lunas, sauk dan stantiup	C	Pemasangan dek	U
Persiapan galangan dan bangsal	D	Pemasangan papan induk kamar	V
Pemesanan papan	E	Pemesanan tajuk dinding angin	W
Pengetaman 30 keping papan	F	Pemasangan tajuk dinding angin	X
Pengeringan papan	G	Pemasangan papan dinding angin	Y
Penyusunan papan setengah badan kapal	H	Pemasangan tutup dinding angin	Z
Membuat mal tajuk dan gading	I	Pemasangan papan apit dinding angin	AA
Pemesanan tajuk dan gading	J	Pemasangan senta dinding angin, senta tutup tajuk dan senta gading	AB
Pemasangan tajuk dan gading	K	Pemesanan lunas dalam	AC
Pemasangan baut	L	Pemasangan lunas dalam	AD
Pengetaman 70 keping papan	M	Pemakalan	AE
Pengeringan papan	N	Membuat landasan penurunan	AF
Pemasangan papan untuk penyelesaian badan kapal	O	Penurunan	AG
Pemasangan papan kong belakang	P	Pemesanan bahan rumah kapal	AH
Pemotongan kepala tajuk	Q	Pembuatan rumah kapal	AI
Pemesanan galang dek	R		

Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan rumus pada persamaan (1), (2), (5), (6), (7) dan (8), diperolehlah jaringan kerja untuk proses produksi kapal yang dapat dilihat pada Gambar 2. Panah biru pada gambar menunjukkan LK.





Gambar 2: Lintasan kritis proyek produksi kapal bermuatan 50 ton

Simulasi Monte Carlo merupakan salah satu metode pengoptimalan penjadwalan proyek dengan memanfaatkan bilangan acak. Perhitungan pengoptimalan waktu penjadwalan dengan simulasi Monte Carlo mengikuti formula langkah 1 sampai dengan langkah 5. Durasi maksimum diperoleh berdasarkan perhitungan t_e pada persamaan (1), sedangkan durasi minimum diperoleh berdasarkan pengalaman dengan cara penambahan tukang, disebut dengan durasi *crash*.

Durasi *crash* didefinisikan sebagai nilai sampel $x_1=268$ dan durasi normal digunakan sebagai nilai sampel $x_2=386$, dengan menggunakan persamaan (11), (12) dan (13), diperoleh jumlah iterasi yang dibutuhkan sebanyak $n=732$. Hasil simulasi Monte Carlo proyek produksi pembuatan kapal kayu dengan menggunakan *Microsoft Excel*, dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2: Hasil simulasi Monte Carlo 732 iterasi

Aktivitas	A	B	C	D	E	F	...	AI	Total	Total Durasi
Minimum	1	11	10	2	30	2	...	30	335	268
Maksimum	1	11	10	4	60	4	...	44	473	386
Iterasi 1	1	11	10	4	51	3	...	35	400	313
Iterasi 2	1	11	10	4	59	4	...	43	369	382
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮
Iterasi 732	1	11	10	4	46	2	...	31	362	275

Selanjutnya dilakukan pemeriksaan *Histogram* pada *Data Analysis* untuk melihat probabilitas keberhasilan dari setiap kemungkinan durasi yang muncul pada iterasi Tabel 2. Hasil dari *Histogram* dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3: Probabilitas keberhasilan dengan simulasi Monte Carlo

Durasi	Kemunculan	Probabilitas %
360	22	75,89
364	34	80,52
369	31	84,74
377	25	93,05
386	19	100,00

Untuk probabilitas keberhasilan dengan menggunakan metode PERT/CPM dilakukan *crashing* proyek terlebih dahulu, yaitu menentukan durasi proyek yang diinginkan. Selanjutnya barulah melihat berapa probabilitas keberhasilan dari durasi proyek yang baru dengan menggunakan persamaan (3), (4) dan (10). Hasil dari probabilitas keberhasilan dengan menggunakan metode PERT/CPM untuk durasi yang telah ditetapkan, dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4: Durasi *crash* pembuatan kapal bermuatan 50 ton dengan metode PERT/CPM

Durasi	Nilai Z	Probabilitas(%)
360	-3,08	50,10
370	-1,90	52,87
380	-0,71	73,89
386	0,00	100,00

Berdasarkan Tabel 3 dan Tabel 4 terlihat jelas perbedaan antara probabilitas keberhasilan proyek antara metode PERT/CPM dan simulasi Monte Carlo. Pada metode PERT/CPM probabilitas keberhasilan sangatlah rendah. Seperti halnya jika seorang manajer ingin mempercepat durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan menjadi 360 hari maka probabilitas keberhasilan hanyalah sebesar 50,1%. Sedangkan pada perhitungan simulasi Monte Carlo, jika seorang manajer ingin mempercepat durasi penyelesaian proyek secara keseluruhan menjadi 360 hari maka probabilitas keberhasilan sebesar 75,89%.

Secara umum, Pada metode PERT/CPM seorang harus terlebih dahulu menentukan durasi *crash*, barulah setelah itu menentukan probabilitas keberhasilan proyek untuk durasi *crash* yang telah ditetapkan. Hal ini tentunya akan membutuhkan waktu yang lama untuk menentukan durasi *crash* dengan probabilitas keberhasilan yang optimal. Pada simulasi Monte Carlo seorang manajer langsung dapat melihat semua kemungkinan durasi *crash* beserta probabilitas keberhasilannya.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dikemukakan sebelumnya dapat dilihat bahwa simulasi Monte Carlo lebih efisien dan efektif dalam mengambil keputusan optimisasi penjadwalan proyek. Hal ini disebabkan pada metode PERT/CPM seorang manajer menentukan durasi *crash* yang akan diambil baru setelah itu mengetahui berapa probabilitas keberhasilan dari durasi yang dipilih. Sedangkan pada simulasi Monte Carlo seorang manajer langsung dapat melihat beberapa kemungkinan durasi yang dapat diambil beserta probabilitas keberhasilan dari masing-masing durasi tersebut. Hal ini sangat memudahkan bagi seorang manajer dalam mengambil keputusan.

Berdasarkan uji komputasi yang dilakukan terlihat jelas bahwa probabilitas keberhasilan simulasi Monte Carlo lebih tinggi, dibandingkan dengan probabilitas keberhasilan pada metode PERT/CPM. Probabilitas keberhasilan yang tinggi akan memudahkan seorang manajer untuk mengambil keputusan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] S. Chatwal, *Application of project scheduling in a bottling unit startup using pert and CPM techniques*, International Journal of Advanced Research in Engineering and Applied Sciences, 3 (2014), 1 – 9.
- [2] F. S Hillier dan G. J. Lieberman, *Introduction to Operation Research, 7ndEd*, McGraw-Hill Higher Education, New York, 2001.
- [3] P. Ganame dan P. Chaudhari, *Construction Building Schedul Risk Analysis Using Monte Carlo Simulation*, International Research Journal of Engineering and Technologi, 2 (2015), 1402 – 1406.
- [4] R. Oktavera dan R. Saraswati, *Framework for implementation project portfolio selection decision in shipping company*, Natural and Applied Sciences, 3 (2012), 163 – 174.
- [5] R. N. Roy, *A Modern Approach to Operations Management*, New Age International, New Delhi, 2005.
- [6] S. Shanmugasundaram dan V. M. Kumar, *Application of project scheduling and cost analysis using PERT and CPM*, International Journal of Multidisciplinary and Academic Research (SSIJMAR), 4 (2015), 1 – 9.
- [7] H. A. Taha, *Operation Research an Introduction, 8th Ed*, Pearson Prentice, Upper Saddle River, 2007.
- [8] W. L. Winston, *Operations Research: Applications and Algorithms, 4thEd*, Duxbury, New York. 2004.
- [9] W. L. Winston dan S. C. Albright *Partical Management Science, 3thRev*, Cengage Learning, South Western, 2007.
- [10] W. Na, P. Wuliang dan G. Hua, *A robustness simulation method of project schedule based on the monte carlo method*, The Open Cybernetics & Systemics Journal, 8 (2014), 254 – 258.

